الصف الثاني عشر
(أساسي)

الوحدة الرابعة:

توزيع ذو الحدين والتوزيعات الهندسية

المحتويات

الوحدة الرابعة: توزيع ذي الحدّين والتوزيعات الهندسية

(رَبِّ اشْرَحْ لِي صَدْرِي وَيَسِّرْ لِي أَمْرِي
وَاحْلُلْ عُقْدَةً مِّن لِّسَانِي يَفْقَهُوا قَوْلِي)

الوحدة الرابعة
توزيع ذي الحدّين والتوزيعات الهندسية
Binomial and geometric distributions

ستتعلّم في هذه الوحدة كيف:

٤-١ تستخدم الصيغة $ل(ر) = \binom{ن}{ر} ب^{ر}(١ - ب)^{ن-ر}$ لحساب احتمالات توزيع ذي الحدَّين، وتميز الحالات العملية التي تكون فيها هذه التوزيعات نماذج مناسبة.

٤-٢ تحسب القيمة المتوقعة والتباين والانحراف المعياري لتوزيع ذي الحدَّين.

٤-٣ تستخدم الصيغة $ل(ر) = ب(١ - ب)^{ر-١}$ أو $ل(ر) = ب\, ف^{ر-١}$ لحساب احتمالات التوزيعات الهندسية، وتميز الحالات العملية حيث تكون هذه التوزيعات نماذج مناسبة.

٤-٤ تتعرف على المنوال وتحسب القيمة المتوقعة للتوزيعات الهندسية.

٤-١ توزيع ذي الحدّين

في تجربة رمي حجر نرد أربع مرات،

ليكن المتغير العشوائي المتقطع (ر) عدد المرات التي يظهر فيها الرقم ٦،

$\therefore$ ر $\in$ {٠، ١، ٢، ٣، ٤}.

لإيجاد التوزيع الاحتمالي للمتغير (ر)، يجب أن نحسب ل(ر) لكل قيمه الممكنة.

يكون لمتغير عشوائي متقطع توزيع ذي الحدَّين إذا حقق الشروط الآتية:

- يوجد ن تجربة مكررة مستقلة.
- قيمة ن محدودة.
- لكل تجربة نتيجتان ممكنتان فقط (نجاح أو فشل).
- احتمال النجاح في كل محاولة ثابت وهو ب

المتغير العشوائي المتقطع هو عدد المرات التي نحصل فيها على نجاح من أصل ن تجربة.

يشار إلى المتغيّر العشوائي المتقطع (س) الذي يتبع توزيع ذي الحدَّين بـ س ~ ث(ن، ب).

مُساعَدة

لا يعني مصطلح 'النجاح' حصول إنجازات عظيمة كما في الحياة الواقعية، بل يعني ظهور ناتج محدد وبالتالي فإن 'الفشل' يعني عدم ظهور ذلك الناتج.

تتحدد قيمة ب من خلال التجربة وسياق السؤال.

نتيجة ١

إذا كان س ~ ث(ن ، ب)، فإن احتمال ر من النجاحات هو $ل(ر) = \binom{ن}{ر} ب^{ر}(١ - ب)^{ن-ر}$

ف = ١ − ب

لم تما نونها

حيث إن:

ن عدد مرات تكرار التجربة.

ر = ٠ ، ١ ، ٢ ، .... ، ن

ب احتمال النجاح، ٠ < ب < ١

غالبًا ما يُستخدم الحرف (ف) لتمثيل احتمال الفشل في كل تجربة، فتصبح الصيغة في النتيجة ١ على الشكل ل(ر) = $\binom{ن}{ر}$ $ب^{ر} ف^{ن-ر}$، حيث ب + ف = ١، ومنها ف = ١ − ب

فمثلًا: إذا كان المتغيّر س ~ ث (٣، ب)، فإن س ∈ {٠، ١، ٢، ٣}، وتكون لدينا الاحتمالات الآتية:

ل(٠) = $\binom{٣}{٠} \times ب^{٠} \times ف^{٣}$ = $١ف^{٣}$ ، ل(١) = $\binom{٣}{١} \times ب^{١} \times ف^{٢}$ = $٣ب^{١}ف^{٢}$

ل(٢) = $\binom{٣}{٢} \times ب^{٢} \times ف^{١}$ = $٣ب^{٢}ف^{١}$ ، ل(٣) = $\binom{٣}{٣} \times ب^{٣} \times ف^{٠}$ = $١ب^{٣}$

مُساعَدة

تمثل قيم $\binom{ن}{ر}$ معاملات الحدود في توزيع ذي الحدَّين، وتعطي عدد الطرق للحصول على (ر) نجاحًا في تجربة مكررة (ن) مرة.
تمثّل $ب^{ر} ف^{ن-ر}$ أو $ب^{ر}(١-ب)^{ن-ر}$ احتمال ... يقة للحصول على (ر) نجاحًا، (ن − ر) فشل.

تمارين ٤-١

ن − ر

ل(ر) = $\binom{ن}{ر}$ $ب^{ر}(١-ب)^{ن-ر}$

ن = ٤ ، ب = ٠,٢

ف = ١ − ب = ١ − ٠,٢ = ٠,٨

١) إذا كان المتغير (س) يتبع توزيعًا ذا حدَّين، حيث ن = ٤ ، ب = ٠,٢ ، فأوجد:

أ ل(٤) ب ل(٠) ج ل(٣) د ل(٣ أو ٤)

أ) ل(٤) = $\binom{٤}{٤}(٠,٢)^{٤}(٠,٨)^{٤-٤}$ = $\frac{١}{٦٢٥}$

ب) ل(٠) = $\binom{٤}{٠}(٠,٢)^{٠}(٠,٨)^{٤}$ = ٠,٤٠٩٦

ج) ل(٣) = $\binom{٤}{٣}(٠,٢)^{٣}(٠,٨)^{٤-٣}$ =

د) ل(٣ أو ٤) = ل(٣) + ل(٤) = ٠,٠٢٥٦ + $\frac{١}{٦٢٥}$

٢) إذا علمت أن ص ~ ث (٧ ، ٠,٦)، فأوجد:

أ ل(٧) ب ل(٥) ج ل(ص ≠ ٤) د ل(٣ < ص < ٦)

ن = ٧ ، ب = ٠,٦ ، ف = ١ − ٠,٦ = ٠,٤

أ) ل(٧) = $\binom{٧}{٧}(٠,٦)^{٧}(٠,٤)^{٠}$ =

ب) ل(٥) = $\binom{٧}{٥}(٠,٦)^{٥}(٠,٤)^{٧-٥}$ =

ج) ل(ص ≠ ٤) = ١ − ل(٤) = ١ − $\binom{٧}{٤}(٠,٦)^{٤}(٠,٤)^{٧-٤}$ = ٠,٧٠٩

د) ل(٣ < ص < ٦) = ل(٤) + ل(٥) = $\binom{٧}{٤}(٠,٦)^{٤}(٠,٤)^{٧-٤}$ + $\binom{٧}{٥}(٠,٦)^{٥}(٠,٤)^{٧-٥}$ =

ن = ٩ ، ل = ٠,٣٢ ، هـ = ٠,٦٨

٣) إذا علمت أن ح ~ ث (٩ ، ٠,٣٢)، فأوجد:

أ ل(٥)   ب ل(ح ≠ ٥)   ج ل(ح < ٢)   د ل(٠ < ح < ٩)

ج) ل(ح < ٢) = ل(٠) + ل(١)

د) ل(٠ < ح < ٩) = ١ − [ل(٠) + ل(٩)]

٤) إذا علمت أن و ~ ث $\left(٨ ، \frac{٢}{٧}\right)$، فأوجد:

أ ل(٤)   ب ل(و ≥ ٧)   ج ل(و ≤ ٢)

د ل(٣ ≤ و < ٦)   هـ ل(و عدد فردي)

ج = ل(٠) + ل(١) + ل(٢)

ن = ٨ ، ل = ٢/٧ ، هـ = ٥/٧

ب) ل(و ≥ ٧) = ل(٧) + ل(٨)

د) ل(٣ ≤ و < ٦) = ل(٣) + ل(٤) + ل(٥)

هـ) ل(و فردي) = ل(١) + ل(٣) + ل(٥) + ل(٧)

٥) أوجد احتمال كل حدث من الأحداث الآتية:

أ ظهور ٥ صور تحديدًا عند رمي قطعة نقد منتظمة ٩ مرات.

ب ظهور العدد ٦ مرتَين تحديدًا عند رمي حجر نرد منتظم ١١ مرة.

٦) ينجح في اختبار القيادة ٧٠٪ من الأشخاص من المحاولة الأولى. أوجد احتمال أن ينجح ٥ أشخاص تم اختيارهم عشوائيًا من بين ٨ أشخاص تقدموا للاختبار لأول مرة.

٧) تبيّن الأبحاث أن ٦٣٪ من مالكي دور العرض ذكور. أوجد احتمال أن يكون مالكو ٢٠ من أصل عيّنة من ٣٠ دار عرض تم اختيارها عشوائيًا:

أ من الذكور.

ب من الإناث.

٨) في بلد ما ٥٨٪ من السكان البالغين متزوجون. أوجد احتمال أن يكون ١٢ من أصل ٢٠ بالغًا تم اختيارهم عشوائيًا متزوجين.

٩) فرصة لاعب كرة قدم للتسجيل في كل ضربة جزاء هي ٩٥٪ أوجد احتمال أن:

أ يُسجل جميع ضربات الجزاء الـ ١٠ التالية.

ب يفشل في تسجيل واحدة من ضربات الجزاء السبع التالية.

١٠) ينتج مصنع ألواح دوائر إلكترونية، معدل وجود خطأ فيها ٠,٣٪. أوجد احتمال أن يحصل في عيّنة عشوائية من ٢٠٠ لوح:

أ خطأ في لوح واحد فقط.

ب خطأ في أقل من لوحَين.

١١) أعطِ سببًا لعدم كون التوزيع ذي الحدَّين مناسبًا للمتغير (س) في كل من الحالات الآتية:

أ (س) هو طول أطول شخص عند اختيار ثلاثة أشخاص عشوائيًا من مجموعة مكوّنة من ١٠ أشخاص.

ب (س) هو عدد البنات اللاتي تمّ اختيارهن عندما نختار طفلَين عشوائيًا من مجموعة مكوّنة من بنت وثلاثة أولاد.

١٢) إذا علمت أن س ~ ث (ن ، ٠,٦)، فأوجد قيمة ن، عندما ل(ن) = ٠,٢١٦

٤-٢ القيمة المتوقعة والتباين والانحراف المعياري لتوزيع ذي الحدّين

القيمة المتوقعة (الوسط) هي مقياس للنزعة المركزية، والانحراف المعياري هو مقياس التشتت لتوزيع ذي الحدَّين. يمكننا حساب هذه القيم، بالإضافة إلى التباين، باستخدام عدد مرات تكرار التجربة (ن)، احتمال النجاح (ب).

نتيجة ٢

في التوزيع س ~ ث (ن ، ب):

القيمة المتوقعة ت(س) = ن × ب

التباين $ع^٢$(س) = ن × ب(١ − ب) = ن × ب × ف

الانحراف المعياري ع(س) = $\sqrt{ع^٢(س)}$

تذكير

في المتغير العشوائي المتقطع (س):

القيمة المتوقعة

ت(س) = $\sum$ س ل(س)

التباين $ع^٢$(س) =

$\sum$ $س^٢$ ل(س) − $(ت(س))^٢$

يمكن إيجاد احتمال الفشل (ف) من خلال قسمة التباين على القيمة المتوقعة:

$$\frac{ع^٢(س)}{ت(س)} = \frac{ن \times ب \times ف}{ن \times ب} = ف$$

تمارين ٤-٢

١) احسب القيمة المتوقعة، والتباين، والانحراف المعياري للمتغيرات العشوائية المتقطعة التالية مقرّبًا الناتج إلى أقرب ثلاثة أرقام معنوية:

أ و ~ ث (٥ ، ٠,٢)

ب ح ~ ث (٢٤ ، ٠,٥٥)

ج س ~ ث (٣٦٥ ، ٠,١٨)

د ص ~ ث (٢٠ ، $\sqrt{٠,٥}$)

٢) إذا علمت أن: س ~ ث (٨ ، ٠,٢٥)، فاحسب:

أ ت(س)

ب ل(ت(س))

ج ل(س < ت(س))

د $ع^٢$(س)

٣) إذا علمت أن: ص ~ ث (١١، ٠.٢٣)، فاحسب:

أ ت(ص)

ب ل(ص < ت(ص))

٤) إذا علمت أن: س ~ ث (ن ، ب)، ت(س) = ٢٠، ع^{٢}(س) = ١٢، فاحسب:

أ قيمة ن ، ب

ب ل(٢١)

٥) إذا علمت أن: ك ~ ث(ن ، ب)، ت(ك) = $\frac{١}{٢}$٢٤، ع^{٢}(ك) = $\frac{٥}{٢٤}$ ١٠، فاحسب:

أ قيمة ن، ب

ب ل(٢٠)

٦) إذا علمت أن: المتغير (ح) يتبع توزيعًا ذا حدَّين حيث ت(ح) = ٢,٧، ع^{٢}(ح) = ٠,٢٧

فأوجد قيمة ن، ب

٤-٣ التوزيع الهندسي

مجموع احتمالات التوزيع الاحتمالي الهندسي يساوي ١

يكون للمتغير العشوائي المتقطع توزيعٌ هندسيٌّ إذا حقق الشروط الآتية:

- المحاولات المكررة مستقلة.
- يمكن أن يكون عدد المحاولات المكررة لانهائيًا.
- هناك نتيجتان ممكنتان لكل محاولة (نجاح أو فشل).
- احتمال النجاح في كل محاولة ثابت وهو ب

تذكير

مجموع متتالية هندسية غير منتهية حدّها الأول أ وأساسها ر هو

$جـ_{\infty} = \frac{أ}{١ - ر}$، حيث $-١ < ر < ١$، $ر \neq ٠$

نتيجة ٣

يرمز إلى المتغير العشوائي (س) ذي التوزيع الهندسي بالرمز س ~ هندسي (ب)،

واحتمال حدوث أول نجاح في المحاولة رقم ر هو:

$ل(ر) = ب\,ف^{ر-١}$ أو $ل(ر) = ب \times (١ - ب)^{ر-١}$ حيث ر = ١، ٢، ٣، ...

مُساعَدة

صورة بديلة لهذه الصيغة:

$ل(ر) = ب \times (١ - ب)^{ر-١}$

حيث (ر − ١) يمثل عدد مرات الفشل قبل أول نجاح.

نلاحظ أن الفرق الجوهري بين التوزيعَين ذي الحدَّين والهندسي هو أن عدد التجارب (المحاولات) في التوزيع ذي الحدَّين ثابت من البداية، ويمكن عدّ مرات النجاح، بينما في التوزيع الهندسي تتكرر المحاولات حتى يتم حدوث أول نجاح.

في التوزيع س ~ ث (ن ، ب) توجد $\binom{ن}{ر}$ طريقة للحصول على ر نجاحًا.

في التوزيع س ~ هندسي (ب) توجد طريقة واحدة للحصول على أول نجاح بعد ر محاولة، أي عند حدوث (ر − ١) فشل أُتبعت بنجاح واحد.

يمكن أن تحسب الاحتمالات التي تتضمن متباينات بأن تجد المجموع لقيم صغيرة لعدد المحاولات (ر)، كما في الجزئيّتَين ب ، ج من المثال ٩، إلّا أنه لقيم (ر) الكبيرة فإننا نستخدم النتائج الآتية:

ل(س ⩽ ر) = ل(نجاح في واحدة من أول ر محاولة) = ١ − ل(فشل في أول ر محاولة).

ل(س > ر) = ل(أول نجاح بعد المحاولة رقم ر) = ل(فشل في أول ر محاولة).

يمكن أن نكتب هاتين النتيجتين بدلالة ف (احتمال الفشل في كل محاولة) في النتيجة ٤

نتيجة ٤

إذا كان س ~ هندسي (ب)، ف = ١ − ب، فإن:

- $ل(س \leqslant ر) = ١ - ف^{ر}$
- $ل(س > ر) = ف^{ر}$

مُساعَدة

ل(س > ر) = ل(س ⩾ ر − ١)

ل(س ⩽ ر) = ل(س > ر − ١)

مثـــال ١٢

إذا علمت أن س ~ هندسي (ب)، ل(س $\geqslant$ ٣) = $\frac{٨١٩}{١٣٣١}$، فأوجد القيمة الدقيقة لـ ل(س $>$ ٣)

الحـــلّ:

تمارين ٤-٣

١) إذا علمت أن س ~ هندسي (٠,٢)، فاحسب:

أ ل(٧) ب ل(س $\neq$ ٥) ج ل(س $>$ ٤) د ل(١ أو ٢)

٢) إذا علمت أن ت ~ هندسي (٠.٣٢)، فاحسب:

أ ل(٣) ب ل(ت $\geqslant$ ٦) ج ل(ت $>$ ٧) د ل(٣ أو ٤)

٣) احتمال أن يأخذ ناصر بطاقة صفراء في أي مباراة كرة قدم يشارك فيها هو $\frac{١}{٢}$، أوجد احتمال أن تكون المرة التالية التي يأخذ فيها بطاقة صفراء:

أ في المباراة الثالثة التي يشارك فيها.

ب قبل المباراة الرابعة التي يشارك فيها.

٤) يُخطئ لاعب كرة قدم، ويعطي الفريق الخصم ضربة جزاء في كل ست مباريات يشارك فيها. أوجد احتمال أن تكون ضربة الجزاء التالية التي يتسبب بها اللاعب:

أ في المباراة الثامنة التي يشارك فيها.

ب بعد المباراة الرابعة التي يشارك فيها.

٥) رُقّمت القطاعات الخمسة لقرص دوّار منتظم بالأرقام ١، ١، ٢، ٣، ٤
دُوّر القرص عددًا من المرات حتى ظهر الرقم ١، أوجد احتمال أن يكون قد دُوّر:

أ مرتَين فقط.

ب خمس مرات على الأكثر.

ج على الأقل ثماني مرات.

٦) احتمال أن تكون وحدة تالفة من إنتاج مصنع ما ٠,٠٧، واختير عدد من وحدات الإنتاج عشوائيًا، واختُبرت صلاحيتها.

أ أوجد احتمال أن تكون أول وحدة تالفة من الوحدات المختارة:

١) هي الوحدة رقم ١٢

٢) ليست من أول ١٠ وحدات.

٣) واحدة من أول ٨ وحدات.

ب ما الفرضية التي كوّنتها حول ظهور وحدات تالفة والتي تمكنك من أن تحسب الاحتمالات في الجزئية (أ)؟

٧) في أحد الشوارع الممتدة ١٤٪ من المركبات هي شاحنات نقل بضائع. تقف فتاة على جسر للمشاة مطل على هذا الشارع، وتبدأ بِعَدّ المركبات حتى تعبر أول شاحنة نقل. أوجد احتمال أن تكون قد عدّت:

أ على الأكثر ثلاث مركبات.

ب على الأقل خمس مركبات.

٨) احتمال أن تتصل امرأة بشبكة الإنترنت في منزلها في كل مرة تحاول فيها ذلك يساوي ٠,٤٤، أوجد احتمال أن يستمر الفشل في الاتصال بالشبكة حتى نجحت في المحاولة الخامسة.

٩) أي من الحالات الآتية يمثّل توزيعًا هندسيًا؟ وأيّها لا يمثّل؟ وضّح إجابتك.

أ يحتوي صندوق على حبّتَي حلوى حمراوَين، وعلى عدد كبير من حبّات الحلوى الخضراء. اختار طفل حبّة حلوى عشوائيًا وأكلها، واختار الحبّة الثانية وأكلها، وهكذا... يمثل المتغير (س) عدد حبّات الحلوى التي اختارها الطفل وأكلها حتى اختار حبّة حلوى حمراء اللون لأول مرة.

ب يمثل المتغير (س) عدد مرات إسقاط حبّة أرزّ من ارتفاع مترَين على لوحة شطرنج، إلى أن تستقر هذه الحبّة أول مرة على مربع أبيض في اللوحة.

ج يمثل المتغير (س) عدد المرات التي يشارك فيها رياضي في سباق جري حتى يربح أول سباق.

٤-٤ المنوال والقيمة المتوقعة للتوزيع الهندسي

لجميع التوزيعات الهندسية خاصيتان مشتركتان. وتتضح رؤية ذلك عند استخدام مخططات الأعمدة لتمثيل قيم ل(ر) بالنسبة إلى قيم مختلفة للقيمة (ب)، يمكننا القيام بهذا يدويًا أو باستخدام برنامج حاسوبي مثل جيوجبرا GeoGebra.

الخاصية الأولى المشتركة هي أن ل(١) هي القيمة الأعلى في كل التوزيعات الهندسية. وهذا يعني أن س = ١ هو **المنوال Mode** لأن من المتوقع أن يحدث بشكل أكثر تكرارًا من كل القيم الباقية، من الأغلب أن يحدث أول نجاح في أول محاولة.

نتيجة ٥

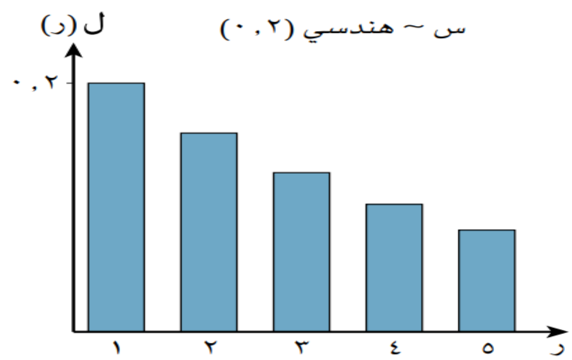
منوال جميع التوزيعات الهندسية هو ١

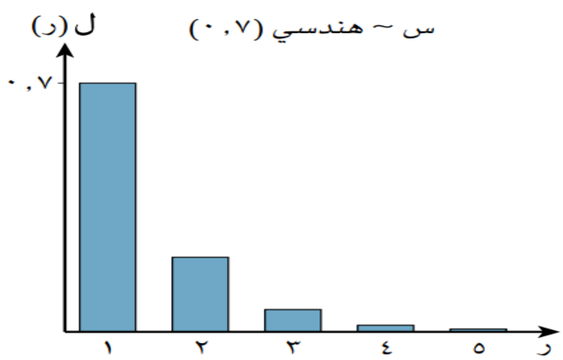
الخاصية الثانية هي أن قيمة ل(ر) تتناقص كلما تزايدت قيمة ر، وهذا لأن الأساس بين الاحتمالات (ف = ١ − ب) هو أصغر من ١:

ب > ب (١ − ب) > ب (١ − ب)^{٢} > ب (١ − ب)^{٣} > ب (١ − ب)^{٤} > ....

يبيّن الجدول ومخططات الأعمدة الآتية بعض احتمالات التوزيعَين س ~ هندسي (٠,٢)، س ~ هندسي (٠,٧). نرى في التوزيعَين أن المنوال هو ١، وأن الاحتمالات تتناقص مع تزايد ر

ل(ر)	ل(١)	ل(٢)	ل(٣)	ل(٤)	ل(٥)
هندسي (٠,٢)	٠,٢	٠,١٦	٠,١٢٨	٠,١٠٢٤	٠,٠٨١٩٢
هندسي (٠,٧)	٠,٧	٠,٢١	٠,٠٦٣	٠,٠١٨٩	٠,٠٠٥٦٧





القيمة المتوقعة

تذكّر أن الوسط الحسابي لمتغير عشوائي منفصل على المدى الطويل للتجربة هو القيمة المتوقعة، ويرمز إليه ت(س) حيث ت(س) = Σس ل(س).

عند تطبيق ذلك على التوزيع الهندسي، نجد أن القيمة المتوقعة لتوزيع هندسي (ب) هي $\frac{١}{ب}$

نتيجة ٦

إذا كان س ~ هندسيًا (ب)، فإن:

ت(س) = $\frac{١}{ب}$ ، حيث ٠ < ب < ١

مثـــال ١٦

لدينا التوزيع ع ~ هندسي (٠,١٢٥).

أ اكتب منوال (ع).

ب أوجد ت(ع).

ج احسب ل(ت(ع))، مقرّبًا الناتج إلى أقرب ثلاث منازل عشرية.

الحـــلّ:

تمارين ٤-٤

١) اكتب المنوال ثم أوجد القيمة المتوقعة لكل من التوزيعات الهندسية الآتية:

أ س ~ هندسي (٠,٥)

ب س ~ هندسي (٠,١)

ج س ~ هندسي (٠,٠٤)

د س ~ هندسي (٠,٨)

هـ س ~ هندسي (٠,٧)

٢) يتبع المتغير العشوائي ص توزيعًا هندسيًا. إذا كان ل(١) = ٠,٢، فأوجد ت(ص).

٣) إذا علمت أن ز ~ هندسي (ب)، ت(ز) = $\frac{١}{٢}$٤، فاحسب ل(٢).

٤) ليكن (ط) عدد مرات رمي قطعة نقود منتظمة، حتى ظهرت أول كتابة. أوجد القيمة المتوقعة للمتغير (ط).

٥) ليكن (س) عدد مرات رمي حجر نرد منتظم حتى ظهور العدد ٦ لأول مرة. أوجد:

أ ت(س).

ب ل(س > ت(س)).

قائمة التحقّق من التعلّم والفهم

- يمكن استخدام توزيع ذي الحدَّين لتمثيل عدد النجاحات في سلسلة محاولات مكررة ومستقلة عددها ن، حيث احتمال النجاح في كل محاولة ثابت ويرمز إليه بالرمز (ب).

- إذا كان س ~ ث (ن، ب) فإن ل (ر) = $\binom{ن}{ر}$ ب^{ر} ف$^{ن - ر}$، حيث ف = ١ - ب

  - ت(س) = ن × ب
  - ع^{٢}(س) = ن × ب(١ - ب) = ن × ب × ف، حيث ف = ١ - ب

- يمكن استخدام التوزيع الهندسي لتمثيل عدد المحاولات حتى حدوث أول نجاح في سلسلة محاولات مكررة ومستقلة، حيث احتمال النجاح في كل محاولة ثابت ويرمز إليه بالرمز (ب).

- إذا كان س ~ هندسي (ب)، فإن ل (ر) = ب ف$^{ر - ١}$ حيث ف = ١ - ب، ر = ١، ٢، ٣، ...

  - ت (س) = $\frac{١}{ب}$
  - ل(س ≤ ر) = ١ - ف^{ر}، ل(س > ر) = ف^{ر} حيث ف = ١ - ب
  - منوال جميع التوزيعات الهندسية هو ١

تمارين مراجعة نهاية الوحدة الرابعة

١) إذا كان س ~ ث$\left(ن ، \frac{1}{ن}\right)$، فأوجد صيغة ل(١) بدلالة ن

٢) حجزت عائلة لقضاء إجازة طويلة في مدينة ما حيث احتمال أن يتساقط المطر في أيِّ يوم ٠,٣

أوجد احتمال أن:

أ تمطر أول مرة في اليوم الثالث من الإجازة. ب لا تمطر في أول أسبوعَين من الإجازة.

٣) إذا علمت أن س ~ ث(ن ، ٠,٢) ، فأوجد قيمة ن عندما ل(ن) = ٣,٢ × ١٠$^{-٤}$

٤) إذا علمت أن س ~ ث(١٢ ، ٠,٦٥) فأوجد الانحراف المعياري، مقرِّبًا الناتج إلى أقرب ثلاثة أرقام معنوية.

٥) متوسط فشل نوع معيّن من بذور الطماطم في الإنبات خلال أسبوع من زراعتها هو ١٥٪

أوجد احتمال فشل ٥ أو ٦ من أصل ٤٠ بذرة تم اختيارها عشوائيًا في الإنبات خلال أسبوع من الزراعة.

٦) أظهرت دراسة أن ٠,٤٪ من أعواد الثقاب المنتجة في أحد المصانع تالفة.

تحتوي كل علبة من أعواد الثقاب المنتجة في هذا المصنع على ٥٠٠ عود ثقاب.

أ احسب العدد المتوقع لأعواد الثقاب التالفة في علبة واحدة.

ب أوجد التباين لعدد أعواد الثقاب التالفة في علبة واحدة.

ج احسب احتمال أن تحتوي علبة من أعواد الثقاب على أقل من عودَي ثقاب تالفَين.

٧) أ إذا علمت أن التوزيع س ~ ث (٥ ، ٠,٤٤)، فاحسب ل (٢).

ب لدينا التوزيع ص ~ هندسي (٠,٤٤)، احسب ل (٢).

٨) يقوم ولد بملاحظة لون كل سيارة تمر بالقرب من منزله. في المنطقة التي يعيش فيها الصبي، ٥٪ من جميع السيارات حمراء.

أ أوجد العدد المتوقع من السيارات التي لاحظها الصبي حتى مرّت السيارة الحمراء الأولى.

ب احسب احتمال أن تكون السيارة الرابعة التي تمر بالمنزل هي السيارة الحمراء الأولى التي يلاحظها الصبي.

ج احسب احتمال أن يلاحظ الصبي السيارة الحمراء الأولى بعد أن لاحظ أكثر من ٣٥ سيارة غير حمراء.