

## ١-٥ قاعدة مشتقة ضرب دالتين

### Rule of the derivative of the product of two functions

نتيجة ١

قاعدة مشتقة ضرب دالتين:

$$\text{إذا كانت } u, v \text{ دالتين بدلالة } s, \text{ فإن: } \frac{d}{ds}(uv) = u \frac{dv}{ds} + v \frac{du}{ds}$$

يمكن أن تتذكر قاعدة مشتقة ضرب دالتين على النحو:

‘الدالة الأولى × مشتقة الدالة الثانية + الدالة الثانية × مشتقة الدالة الأولى’.

### تمارين ١-٥

١) استخدم قاعدة مشتقة ضرب دالتين لتجد مشتقة كل مما يأتي بالنسبة إلى  $s$ :

**أ**  $s = \frac{(s-2)^5}{(s-3)^4}$

$$\begin{aligned} &= \frac{s^5 - 5s^4(s-3) + 4s^4(s-3)^2}{(s-3)^8} \\ &= \frac{s^5 - 5s^4(s-3) + 4s^4(s-3)^2}{(s-3)^8} \\ &= \frac{s^5 - 5s^4(s-3) + 4s^4(s-3)^2}{(s-3)^8} \end{aligned}$$

**ب**  $s = \frac{s^5(1+s^2)^3}{(1+s^2)^5}$

$$\begin{aligned} &= \frac{s^5 \times 3(1+s^2)^2 + 5s^4 \times (1+s^2)^3}{(1+s^2)^8} \\ &= \frac{3s^5(1+s^2)^2 + 5s^4(1+s^2)^3}{(1+s^2)^8} \\ &= [1+s^2 + s^6] \cdot 5s^4 = 5(1+s^2)(1+s^6) \\ &= 5(1+s^8) \end{aligned}$$

②

①

٣) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة  $s = (s - 2)(s + 1)^3$  عند  $s = 1$

$$\begin{aligned} & \text{أميل} = \frac{s_2 - s_1}{x_2 - x_1} = \frac{(s - 2)(s + 1)^3}{(s - 1)} = 1 \\ & 1 = (s - 2)(s + 1)^3 + (s + 1)^3(s - 1) = \frac{4s^3 - 4s^2 - 4s + 4}{s - 1} \\ & \text{الميل} = (1 - 2)(1 + 1)^3 + (1 + 1)^3(1 - 1) = 4 \\ & 17 - 32 = 1 - x(1 - 2)(1 + 1)^3 + (1 + 1)^3(1 - 1) \\ & 17 - 32 = 1 - x(1 - 2)(1 + 1)^3 + (1 + 1)^3(1 - 1) \\ & 17 - 32 = 1 - x(1 - 2)(1 + 1)^3 + (1 + 1)^3(1 - 1) \end{aligned}$$

معادلة المماس:  $s = 4s^3 - 4s^2 - 4s + 4$

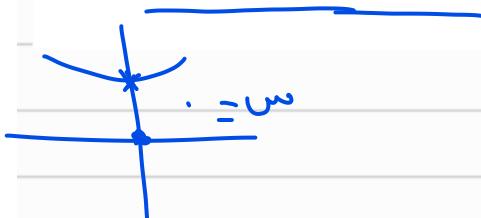
$$(1 - s)17 - = 17 - 4s$$

$$17 + s 17 - = 17 - 4s$$

$$32 + s 17 - = 4s \quad \leftarrow$$

③ ①

٤) أوجد ميل المماس لمنحنى الدالة  $s = (s - 2)(s + 1)^3$  عند النقطة التي يتقاطع فيها المنحنى مع محور الصادات.



$$1 \times (1 - s) + (1 - s) 3 \times (s + 1)^2 = \frac{4s^2 - 4s}{s - 1}$$

$$\begin{aligned} & 1 \times (1 - s) + (1 - s) 3 \times (s + 1)^2 = \frac{4s^2 - 4s}{s - 1} \\ & \text{الميل} = (1 - s) 3 \times (s + 1)^2 = \\ & (17 + 3 \times 2) = \\ & 0 = 1 - s = \end{aligned}$$

⑦ ①

٥) أوجد الإحداثي السيني للنقاط الواقعة على منحنى الدالة  $s = (s - 3)^2(s + 1)^3$  حيث ميل مماس المنحنى يساوي صفرًا.

$$\frac{ds}{ds} = \text{متر}$$

$$\begin{aligned}
 &= (1 - ) \times (s - 3)^2 \times (1 + s)^3 + (1 + s)^2 \times (s - 3)^3 = \frac{ds}{ds} \\
 &\quad \underline{\underline{(s - 3)^2}} \quad \underline{\underline{(1 + s)^3}} \quad \underline{\underline{(s - 3)^3}} \\
 &= [(1 + s)^3(s - 3)^2] (1 + s)(s - 3) = \\
 &= (s^3 - 3s^2 - s^2 - 3s) (1 + s)^3 (s - 3) = \\
 &= (s^5 - 3s^4 - s^4 - 3s^3) (1 + s)^3 (s - 3) = \\
 &= (s^5 - 3s^4) (1 + s)^3 (s - 3) = \\
 &= s^5 - 3s^4 \quad | \quad = 1 + s \quad | \quad = s - 3 \\
 &\boxed{\frac{s^5}{s} = s} \quad \leftarrow \quad \boxed{\frac{s^4}{s} = s} \quad | \quad \boxed{\frac{1}{1} = s} \quad | \quad \boxed{3 = 3}
 \end{aligned}$$

٦) أوجد الإحداثي السيني للنقطة الواقعة على منحنى الدالة  $s = (s + 2)^{\frac{1}{2}}(s - 1)^{\frac{1}{2}}$  حيث ميل مماس المنحنى يساوي صفرًا

$$\begin{aligned}
 &= 1 \times \frac{1}{2}(s^{\frac{1}{2}} - 1) + (\cancel{s}) \times \frac{1}{2}(s^{\frac{1}{2}} - 1) \times \frac{1}{2} \times (s + 2) = \frac{ds}{ds} \\
 &\quad \cancel{\frac{1}{2}} \quad \cancel{\frac{1}{2}} \quad \cancel{\frac{1}{2}} \quad \cancel{\frac{1}{2}} \quad \cancel{\frac{1}{2}} \\
 &\quad \frac{s^{\frac{1}{2}} - 1}{s^{\frac{1}{2}} - 1} \times \frac{s^{\frac{1}{2}} - 1}{s^{\frac{1}{2}} - 1} + \frac{(s + 2)}{s^{\frac{1}{2}} - 1} = \\
 &= \frac{s^{\frac{1}{2}} - 1 + 2 - s^{\frac{1}{2}}}{s^{\frac{1}{2}} - 1} = \\
 &= \frac{1 - s^{\frac{1}{2}}}{s^{\frac{1}{2}} - 1} \\
 &\boxed{\frac{1}{s^{\frac{1}{2}}} = s}
 \end{aligned}$$