٢-٥ قاعدة مشتقة قسمة دالتَين

Rule of the derivative of the quotient of two functions

نتيجة ٢

قاعدة مشتقة قسمة دالتَين:

إذا كانت ع، ل دالتَين بدلالة س، فإن: $\frac{\text{ء}}{\text{ءس}}\left(\frac{\text{ع}}{\text{ل}}\right) = \frac{\text{ل}\,\frac{\text{ءع}}{\text{ءس}} - \text{ع}\,\frac{\text{ءل}}{\text{ءس}}}{\text{ل}^{٢}}$، حيث ل $\neq$ ٠

$$\frac{\text{المقام} \times \text{مشتقة البسط} - \text{البسط} \times \text{مشتقة المقام}}{(\text{المقام})^{٢}}$$

$$\text{ص} = \frac{\text{س}^{٢} - ٥}{٢\text{س} + ١}$$

$$\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = \frac{(٢\text{س} + ١) \times ٢\text{س} - (\text{س}^{٢} - ٥) \times ٢}{(٢\text{س} + ١)^{٢}}$$

$$= \frac{٤\text{س}^{٢} + ٢\text{س} - ٢\text{س}^{٢} + ١٠}{(٢\text{س} + ١)^{٢}} = \frac{٢\text{س}^{٢} + ٢\text{س} + ١٠}{(٢\text{س} + ١)^{٢}}$$

١) استخدم قاعدة مشتقة قسمة دالتين لتجد مشتقة كل مما يأتي بالنسبة إلى س:

$$\frac{\text{المقام} \times \text{مشتقة البسط} - \text{البسط} \times \text{مشتقة المقام}}{(\text{المقام})^{٢}}$$

ح) $ص = \frac{(س + ٤)^{٢}}{(س^{٢} + ١)^{٣}}$

$$\frac{دص}{دس} = \frac{(س^{٢}+١)^{٣} \times ٢(س+٤) - (س+٤)^{٢} \times ٣(س^{٢}+١)^{٢} \times ٢س}{\left((س^{٢}+١)^{٣}\right)^{٢}}$$

$$= \frac{٢\cancel{(س^{٢}+١)^{٢}}(س+٤)\left[س^{٢}+١ - ٣س(س+٤)\right]}{(س^{٢}+١)^{\cancel{٦}\,٤}}$$

$$= \frac{٢(س+٤)(س^{٢}+١-٣س^{٢}-١٢س)}{(س^{٢}+١)^{٤}} = \frac{٢(س+٤)(-٢س^{٢}-١٢س+١)}{(س^{٢}+١)^{٤}}$$

٢) أوجد ميل المماس للمنحنى $ص = \frac{س - ٥}{س + ٤}$ عند النقطة $\left(٢، -\frac{١}{٢}\right)$.

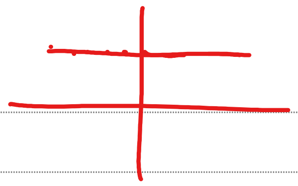
$س = ٢$

$$\frac{دص}{دس} = \frac{(س+٤) \times ١ - (س-٥) \times ١}{(س+٤)^{٢}}$$

عند $س = ٢$

$$\text{الميل} = \frac{(٢+٤) - (٢-٥)}{(٢+٤)^{٢}} = \frac{٦+٣}{٣٦} = \frac{٩}{٣٦} = \frac{١}{٤}$$

٣) أوجد إحداثيات النقاط الواقعة على المنحنى ص = $\frac{(س - ١)^{٢}}{٢س + ٥}$ التي يكون عندها المماس موازيًا لمحور السينات.



الميل = ٠

دص/دس = [(٢س + ٥) × ٢(س − ١) − ٢ × (س − ١)^٢] / (٢س + ٥)^٢

= [٢(س − ١)(٢س + ٥) − ٢(س − ١)^٢] / (٢س + ٥)^٢

= ٢(س − ١) [(٢س + ٥) − (س − ١)] / (٢س + ٥)^٢ = ٢(س − ١)(س + ٦) / (٢س + ٥)^٢ = ٠

دص/دس = ميل

٢(س − ١)(س + ٦) = ٠

س − ١ = ٠ ، $\boxed{س = ١}$ أو (س + ٦) = ٠ ، $\boxed{س = −٦}$

ص = (س − ١)^٢ / (٢س + ٥)

عند س = ١ ← ص = (١ − ١)^٢ / (٢ × ١ + ٥) = ٠

عند س = −٦ ← ص = (−٦ − ١)^٢ / (٢ × (−٦) + ٥) = ٤٩ / −٧ = −٧

النقاط هي: (١ ، ٠) ، (−٦ ، −٧)