قوانين اللوغاريتمات

إذا كان س، ص عددَين موجبَين، أ > ٠، أ ≠، فإن:

$$\text{لو}_{\text{أ}}\,(\text{س ص}) = \text{لو}_{\text{أ}}\,\text{س} + \text{لو}_{\text{أ}}\,\text{ص}$$

$$\text{لو}_{\text{أ}}\left(\frac{\text{س}}{\text{ص}}\right) = \text{لو}_{\text{أ}}\,\text{س} - \text{لو}_{\text{أ}}\,\text{ص}$$

$$\text{لو}_{\text{أ}}\,(\text{س})^{\text{م}} = \text{م}\,\text{لو}_{\text{أ}}\,\text{س}$$

$$\text{لو}_{\text{أ}}\left(\frac{1}{\text{س}}\right) = -\text{لو}_{\text{أ}}\,\text{س}$$

اسية ← لوغاريتمية

(قوانين اللوغاريتمية)

قانون المساواة

قانون القوة

قانون القسمة

قانون الضرب

لو ضرب ← جمع

* اكتب في صورة لوغاريتم واحد:

• $\text{لو}_{٥}$ ١١ + ٢ $\text{لو}_{٥}$ ٩

$\text{لو}_{٥}$ ١١ + $\text{لو}_{٥}$ ٩^٢

$\text{لو}_{٥}$ ١١ + $\text{لو}_{٥}$ ٨١ = $\text{لو}_{٥}$ (١١ × ٨١)

= $\text{لو}_{٥}$ ٨٩١

* إذا علمت أن $\text{لو}_{٥}$ ١٧ ≈ ١,٧٦

فأوجد القيمة التقريبية لـ

$\text{لو}_{٥}$ ٨٥

$\frac{٨٥}{١٧}$ = ٥

$\text{لو}_{٥}$ ١٧ ≈ ١,٧٦

$\text{لو}_{٥}$ ٨٥

١٧ × ٥ = ٨٥

$\text{لو}_{٥}$ (س ص)

$\text{لو}_{٥}$ (١٧ × ٥)

$\text{لو}_{٥}$ ١٧ + $\text{لو}_{٥}$ ٥

١,٧٦ + ١ = ٢,٧٦ #

بسط $\frac{لو_4 64}{لو_4 1024}$

قانون قوة

$\frac{لو_4 64}{لو_4 1024} = \frac{لو_4 4^3}{لو_4 4^5} = \frac{3}{5}$

$لو_2 \sqrt{أ} \leftarrow لو_2 أ^{\frac{1}{2}}$

) إذا علمت أن س = لـو$_2$ أ و ص = لـو$_2$ ب. فاكتب كلًا من الآتي بدلالة س، ص:

أ) لـو$_2$ أب ب) لـو$_2$ أ^2 + لـو$_2$ ب^3 ج) لـو$_2$ $\sqrt{أ}$ − لـو$_2$ ب^2

س = لو$_2$ أ ← $2^س$ = أ

ص = لو$_2$ ب ← $2^ص$ = ب

لو$_2$ أ = س

أ) لو$_2$ أ + لو$_2$ ب = س + ص

ب) لو$_2$ أ^2 + لو$_2$ ب^3 = ٢ لو$_2$ أ + ٣ لو$_2$ ب = ٢س + ٣ص

حل المعادلات اللوغاريتمية :

لـ يعني نوجد قيمة س .

• حل المعادلات التالية :

← $\text{لو}_{\text{س}}\, ٢^{٣} = -١$

$\text{لو}_{\text{س}}\, ٢^{٣} = -١$

$\text{لو}_{\text{س}}\, ٨ = -١$ ← $\text{س}^{-١} = ٨$

$\frac{١}{\text{س}} = ٨$ ← $\frac{٨\text{س}}{٨} = \frac{١}{٨}$ ← $\text{س} = \frac{١}{٨}$

← $\text{لو}_{٣}\, \text{س} - \text{لو}_{٣}\, ٢^{٣} = \text{لو}_{٣}\, \frac{٣}{٢}$

$\text{لو}_{٣}\, \text{س} - \text{لو}_{٣}\, ٢^{٣} = \text{لو}_{٣}\, \frac{٣}{٢}$

$\text{لو}_{٣}\, \text{س} - \text{لو}_{٣}\, ٨ = \text{لو}_{٣}\, \frac{٣}{٢}$

$\text{لو}_{٣}\, \frac{\text{س}}{٨} = \text{لو}_{٣}\, \frac{٣}{٢}$

$\frac{\text{س}}{٨} = \frac{٣}{٢}$

$٣ \times ٨ = ٢ \times \text{س}$

$\frac{٢٤}{٢} = \frac{٢\text{س}}{٢}$ ، $\text{س} = ١٢$ #

تمارين ٦-٤

١) حلّ المعادلات اللوغاريتمية الآتية:

أ) لـو$_{٢}$ س = ٣
ب) لـو$_{٩}$ س = $\frac{٣}{٢}$
ج) لـو$_{٥}$ س = −٣
د) لـو$_{٠,١٢٥}$ س = −١

٢) حلّ المعادلات اللوغاريتمية الآتية:

أ) لـو$_{٧}$(س + ١) = ٠
ب) لـو$_{٤}$(س − ٥) = ٢
ج) لـو$_{٢}$(س + ٣) = ٤
د) لـو$_{٢}$(٢س − ٣) = ٣
هـ) لـو$_{١٠}$(٧س + ٢) = ٢
و) لـو$_{٩}$(١ − ٢س) = ٢
ز) لـو$_{٤}$(٢ − س) = $\frac{٣}{٢}$
ح) لـو$_{١٢٥}$(٦س − ١٧) = $\frac{٢}{٣}$
ط) لـو$_{٥}$$\left(\frac{س − ١}{١٠}\right)$ = −١
ي) لـو$_{٦}$ $\frac{٢}{س}$ = −٢
ك) لـو$_{س}$$\left(\frac{١}{٤}\right)^{٢}$ = −٢
ل) لـو$_{٩}$$\left(\frac{س + ١}{س + ٢}\right)$ = $\frac{١}{٢}$

مُساعَدة
يمكنك تعويض −٢ بواسطة اللوغاريتم ذي الأساس ٣ للكسر $\frac{١}{٩}$.

٣) حلّ المعادلات اللوغاريتمية الآتية:

أ) لـو$_{٥}$ س + لـو$_{٥}$ ٢ = لـو$_{٥}$ ١٢
ب) لـو$_{٧}$ ٩٦ = لـو$_{٧}$ س − لـو$_{٧}$ ١٢
ج) لـو$_{٢}$ ٢٠ = لـو$_{٢}$ ٥ − لـو$_{٢}$ س
د) ٢ لـو$_{٢}$ ٨ = لـو$_{٢}$ س + لـو$_{٢}$ ٤٠
هـ) لـو$_{٨}$ ١٥ = ٢ لو$_{٨}$ ٦ − لـو$_{٨}$ ٢س
و) لـو$_{٢}$ ٣٤ = لـو$_{٢}$ ١٧س − لـو$_{٢}$ ٥
ز) ٢ لـو$_{١١}$ ١٠ = لـو$_{١١}$ $\frac{س}{٢}$ + لـو$_{١١}$ ٨
ح) لـو$_{٢}$ ١٨ − لـو$_{٢}$ $\frac{س^{٢}}{٥}$ = لـو$_{٢}$ ٢

٤) حلّ المعادلات اللوغاريتمية الآتية، وأعطِ الإجابة مقربة إلى أقرب عددين عشريين.

أ) لـو$_{٥}$(٢س − ١) + لـو$_{٥}$ ٣ = لـو$_{٥}$ ٢١
ب) لـو$_{٧}$ ٢س = ٢لـو$_{٧}$ ١٤ − لـو$_{٧}$ ٢
ج) ٢ لـو$_{٩}$ ٢ + لـو$_{٩}$ س = لـو$_{٩}$ ٢٠
د) لـو$_{٢}$(٢ − س) + لـو$_{٢}$ ٩ = لـو$_{٢}$ ٦
هـ) لـو$_{١١}$(س − ٤) = لـو$_{١١}$ ٥ + لـو$_{١١}$ ٢
و) لـو$_{٣}$(١ − س) − لـو$_{٣}$ ٢س = −٢
ز) لـو$_{٢}$ ١٣ = لـو$_{٢}$(س − ٣) − لـو$_{٢}$ س
ح) لـو$_{٠,٥}$ ٣٢ − ٢لـو$_{٠,٥}$ ٢$\sqrt{س}$ = لـو$_{٠,٥}$ ١٠

٥) حلّ المعادلات اللوغاريتمية الآتية:

أ) لـو$_{س}$ ٤٢ − لـو$_{س}$ ٦ = ١
ب) لـو$_{س}$ ٣٦ − ١ = لـو$_{س}$ ٤
ج) ٢ − $\frac{١}{٢}$ لـو$_{س}$ ٣٦ = ١ + ٢ لـو$_{س}$ ٣

٦) حلّ المعادلة لـو$_{٢}$(س + ٣) = ١ + لـو$_{٢}$ س

١/٢ = (١ + س) / (٢ + س)

(١ + س) / (٢ + س) = ١/٢

(١ + س) / (٢ + س) = ٣س / ١

١ + س = -٦ + ٣س

١ - ٦ = س - ٣س

٥/٢ = س

٥/٢ = س

حل المعادلات الأسية باستخدام اللوغاريتمات

(اللوغاريتم الاعتيادي)
لو$_{١٠}$ = لو

حل: ٢^{س} = ١٦

← كل مرة لازم اضرب ٢ لإيجاد الناتج ١٦ ؟!

لو$_{٢}$ ١٦ = س ← ٤

← نستخدم اللوغاريتم الاعتيادي لإيجاد الأسس المتساوية

لو ٧^{س} = لو ٣٠

س لو ٧ = لو ٣٠

٠٫٨٤٥ س / ٠٫٨٤٥ = ١٫٤٧٧ / ٠٫٨٤٥

س = ١٫٧

لو ٧^{س} = لو ٣٠

س لو ٧ / لو ٧ = لو ٣٠ / لو ٧

س = لو ٣٠ / لو ٧

* القاعدة :

إذا كان ص = ب^س

فإن س = لو_م ص / لو_م ب أو = لو ص / لو س (اللوغاريتم الاعتيادي)

س٩ حل المعادلات التالية :

١. ٣^{٢س} = ٤^{س+٥}

(٢)(س + ٤) = ٢س + ٨

٢س لو ٣ = (س + ٥) لو ٤

٢س لو٣ = س لو٤ + ٥ لو٤

٢س لو٣ = س لو٤ + ٣,٠١

٢س لو٣ − س لو٤ = ٣,٠١

س (٢لو٣ − لو٤) / (٢لو٣ − لو٤) = ٣,٠١ / (٢لو٣ − لو٤)

س = ٨,٥٤

$$٣^{٢س-١} = ٣٣ \times ٣^{س+٢}$$

$$\frac{٣^{٢س-١}}{٣^{س+٢}} = ٣٣$$

$$أ^{س} \times أ^{ص} = أ^{س+ص}$$

$$\frac{أ^{س}}{أ^{ص}} = أ^{س-ص}$$

$$٣^{٢س-١-س-٢} = ٣٣$$

$$لو_{٣}\ ٣^{س-٣} = لو_{٣}\ ٣٣$$

$$س-٣ = \frac{لو\ ٣٣}{لو\ ٣}$$

$$س-٣ = ٣,١٨٣$$

$$س = ٣ + ٣,١٨٣$$

$$س = ٦,١٨٣$$

تمارين ٦-٥

١) حلّ المعادلات الأسّية الآتية، قرّب الإجابة إلى أقرب عدد مكون من ٣ أرقام معنوية

أ) $٥^{س} = ٢٠$ ب) $٢^{س} = ٣٥$ ج) $٣^{س} - ٨ = ٠$

د) $٧^{س - ٤} = ٣٢$ هـ) $١,١^{٢س} = ٠,٧$ و) $٦^{٢س - ١} = ٥$

ز) $٣^{س - ١} = ٠,٢$ ح) $٤ \times ٩^{٢س} = ٨٧٦$ ط) $\frac{٢^{٢س - ٣}}{٣} = ١٧$

ي) $٥^{٢س}$ [illegible] ك) $٣^{٢س - ١} = ٣٣ \times ٣^{س + ٢}$ ل) $٧^{س - ٢} = ٢^{س}$

٤) كتلة نوع معيّن من المواد المشعّة (م) غرام، معطاة حسب الصيغة م = م. × $(٠,٩)^{ن}$ حيث م. الكتلة الأولية للمادة، (ن) الزمن بالسنوات.

الكتلة الأولية لعينة من هذه المادة تساوي ١٠٠٠ غم

أ) كم ستكون كتلتها بعد ١٠ سنوات؟ أعطِ الإجابة إلى أقرب غرام.

ب) احسب، إلى أقرب عدد مكون من ٣ أرقام معنوية، عدد السنوات المطلوبة لتضمحل عينة من هذه المادة إلى نصف كتلتها.

أ) م. = ١٠٠٠ غم كتلة الأولية، ن = ١٠

م = م. $(٠,٩)^{ن}$

= ١٠٠٠ $(٠,٩)^{١٠}$

= ٣٤٨,٦٨ غم

ب) م. = ١٠٠٠ غم ← تضمحل إلى النصف

١٠٠٠ × ½ = ٥٠٠ غم

م = م. $(٠,٩)^{ن}$

٥٠٠ = ١٠٠٠ $(٠,٩)^{ن}$

لو ½ = ن لو ٠,٩

ن = ٦,٥٧٨ ≈ ٦,٥[illegible]

٧) تتناقص أعداد مستعمرة حشرات ل بمعدل أسّي وتعطى من خلال الصيغة ل = ٣ × $٢^{(٢٠ - ن)}$، حيث ن هو عدد الأسابيع بعد تسجيل العدد الابتدائي.

أ ماذا سيكون عدد الحشرات بعد ٨ أسابيع؟

ب ما هو عدد الأسابيع المطلوبة ليكون العدد ٣٨٤ حشرة فقط؟

أ) ل = ٣ × $٢^{(٢٠ - ن)}$ ن ← عدد اسابيع

٢٠ - ٨

ل = ٣ × $٢^{٢٠ - ٨}$

ل = ٣ × $٢^{١٢}$

ل = ١٢٢٨٨

ب) ل = ٣ × $٢^{٢٠ - ن}$

$\frac{٣٨٤}{٣} = \frac{٣ \times ٢^{٢٠ - ن}}{٣}$

لو ١٢٠ = لو $٢^{٢٠ - ن}$

(٢٠ - ن) لو ٢ = لو ١٢٠

٢٠ - ن = ٦,٩١

ن = ٢٠ - ٦,٩١

ن = ١٣,٠٩ #