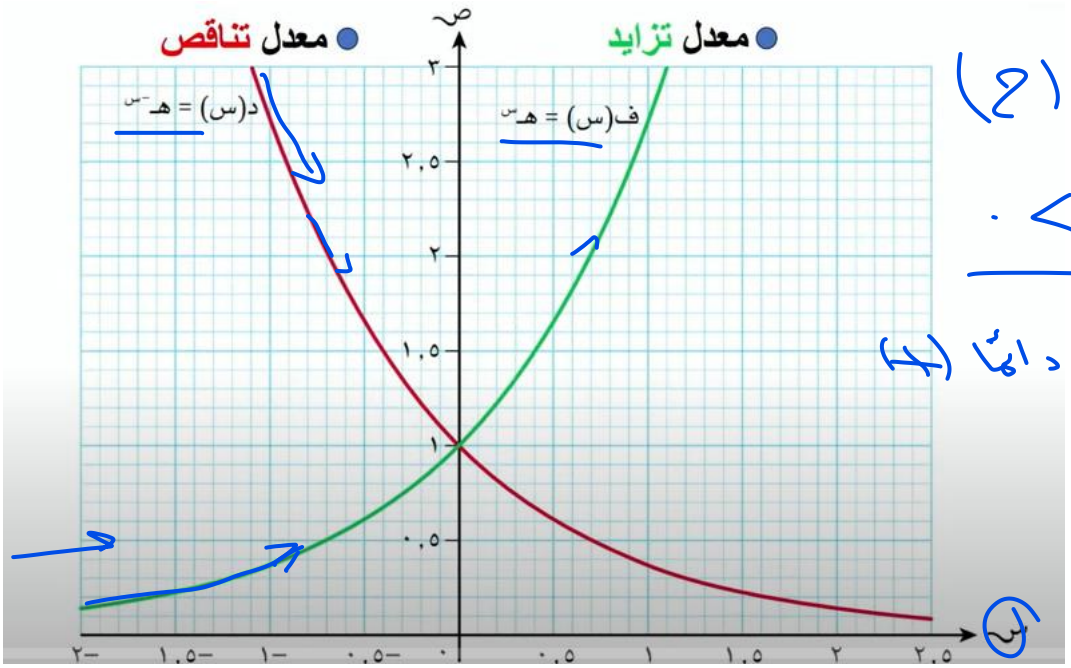
٥-٣ مشتقات الدوال الأسيّة
Derivatives of exponential functions



عدد أويلر

هـ = ٢,٧١٨٢٨ مقربًا إلى أقرب ٥ منازل عشرية.

نتيجة ٣

$\frac{ك}{ك س}(هـ^{س}) = هـ^{س}$

نتيجة ٤

إذا كانت ص = $هـ^{د(س)}$، فإن:

$\frac{ك}{ك س}(هـ^{د(س)}) = د'(س) \times هـ^{د(س)}$،

وبصورة خاصة:

$\frac{ك}{ك س}(هـ^{أس + ب}) = أ هـ^{أس + ب}$

١) أوجد مشتقة كل ممّا يأتي بالنسبة إلى س:

أ) ص = هـ^(٥س)

هـ) ص = ٤هـ^(س/٢)

ح) ص = ٢س + ٣هـ^(√س)

ل) ص = ٥(هـ^(س٢) − ٢س)

ز $ص = \frac{هـ^{س} - ١}{هـ^{س} + ٢}$

المقام × مشتقة البسط − البسط × مشتقة المقام / (المقام)^{٢}

$\frac{د ص}{د س} = \frac{هـ^{س}(هـ^{س}+٢) - هـ^{س}(هـ^{س}-١)}{(هـ^{س}+٢)^{٢}}$

$= \frac{هـ^{٢س} + ٢هـ^{س} - هـ^{٢س} + هـ^{س}}{(هـ^{س}+٢)^{٢}}$

$= \frac{٣هـ^{س}}{(هـ^{س}+٢)^{٢}}$

٢) لتكن الدالة $ص = ١ - هـ^{٢-س}$. أوجد معادلة العمودي على مماس المنحنى عند النقطة ص = ٠

نوجد (س): $ص = ٠$

$١ - هـ^{٢-س} = ٠ \Leftarrow هـ^{٢-س} = ١$

$٢ - س = ٠ \Leftarrow س = ٢$

نقطة المماس $(٢، ٠)$

$\frac{د ص}{د س} = -١ \times هـ^{٢-س} = -١ \times هـ^{٠} = -١$

ميل المماس $= \frac{د ص}{د س} = -هـ^{٠} = -١ \rightarrow$

ميل العمودي $= ١$ و $(٢، ٠)$

$ص - ص_{١} = م(س - س_{١})$

$ص - ٠ = ١(س - ٢)$

$ص = س - ٢ \rightarrow ص + س = ٢$

٣) مادة مشعة كتلتها م جرام، وبقيت ن سنة بعد زمن معيّن معرّفة بالصيغة

م = ٣٠٠ هـ$^{-٠,٠٠٠١٢ن}$

أوجد معدل تناقص الكتلة عندما ن = ٢٠٠٠

$\frac{د م}{د ن}$ = ٣٠٠ × (-٠,٠٠٠١٢) هـ$^{-٠,٠٠٠١٢ن}$

معدل التناقص = -٣٠٠ × ٠,٠٠٠١٢ هـ$^{-٠,٠٠٠١٢ × ٢٠٠٠}$

= -٣٦٠٠٠ هـ$^{-٢٤}$

= -٠,٠٠٢٨٣

مُساعَدة

معدل تغيّر الكتلة هو $\frac{د م}{د ن}$

shift ln

e

٦) أوجد إحداثيات النقطة الحرجة على منحنى الدالة ص = س هـ^{س}.

$\frac{د ص}{د س}$ = صفر

$\frac{د ص}{د س}$ = ١ × هـ^{س} + س × هـ^{س}

هـ^{س} (١ + س) = ٠

هـ^{س} > ٠

١ + س = ٠

س = -١

عند س = -١ ∴

ص = س هـ^{س}

= -١ × هـ$^{-١}$

= $\frac{-١}{هـ}$

إحداثيات النقطة الحرجة هي

$(-١, \frac{-١}{هـ})$