الصف
التاسع

الوحدة الحادية عشرة:
التحليل وحل المعادلات التربيعية

أ/مازن الشرقي
مادة الرياضيات
للتواصل: ٧٧٥٤١٠٣٥

فكّ الأقواس وبسّط كلا مما يلي :

$$(س + ٣)\ (س^{٢} + ٢س + ٥)$$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

فك وبسط كلا مما يلي :

$$(س - ١)\ (س + ٢)\ (س - ٤)$$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

فك وبسط كلا مما يلي :

$(س - ٤)^{٢} (س - ٦)$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

فك وبسط كلا مما يلي :

$(س + ٣) (س + ١) (س + ٢)$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

فك وبسط كلا مما يلي :

$(س + ٦) (س + ٤) (س + ٥)$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

مفكوك المُربَّع الكامل + تحليل المُربَّع الكامل إلى عوامل

$(س + ص)^{٢} = س^{٢} + ٢س ص + ص^{٢}$

مفكوك المُربَّع الكامل :

$(\text{الأول} + \text{الثاني})^{٢} = (\text{الأول})^{٢} + ٢ \times \text{الأول} \times \text{الثاني} + (\text{الثاني})^{٢}$

الحدّ الثالث — الحدّ الأوسط — الحدّ الأول

تحليل المُربَّع الكامل إلى عوامل :

تكون العبارة الجبرية في صورة مُربَّع كامل :
إذا كان :

- الحدّان الأوّل والثالث في صورة مُربَّع كامل .
- الحدّ الأوسط = ٢ × الأول × الثالث

$(\sqrt{\text{الأول}} \pm \sqrt{\text{الثالث}})^{٢}$ إشارة الأوسط

$(\text{الأول} + \text{الثاني})^{٢} = (\text{الأول})^{٢} + ٢ \times \text{الأول} \times \text{الثاني} + (\text{الثاني})^{٢}$

فكّ المُربَّع الكامل :

$(٢س + ٥)^{٢}$

$= (٢س)^{٢} + ٢ \times ٢س \times ٥ + (٥)^{٢}$

$= ٤س^{٢} + ٢٠س + ٢٥$

$\text{الحدّ الأوسط} = ٢ \times \sqrt{\text{الأول}} \times \sqrt{\text{الثالث}}$

$(\sqrt{\text{الأول}} \pm \sqrt{\text{الثالث}})^{٢}$ إشارة الأوسط

حلِّل العبارة الجبرية إلى عوامل:

$$٤س^{٢} + ٢٠س + ٢٥ = (٢س + ٥)^{٢}$$

$\sqrt{٤س^{٢}} = ٢س$ $\quad$ $\sqrt{٢٥} = ٥$

الحدّ الأوسط $= ٢ \times ٢س \times ٥ = ٢٠س$

فكّ المُربَّع الكامل :

$(س - ٧)^{٢}$

حلِّل العبارة الجبرية إلى عوامل:

$س^{٢} - ١٤س + ٤٩$

تمارين ١١-٢-أ

١) فكّ المُربَّع الكامل في كلّ ممّا يلي:

أ $(س - ص)^{٢}$ ب $(أ + ب)^{٢}$ ج $(٢س + ٣ص)^{٢}$

د $(٣س - ٢ص)^{٢}$ هـ $(س + ٢ص)^{٢}$ و $(ص - ٤س^{٢})^{٢}$

٢) حلِّل كلاً من العبارات الجبرية التالية إلى عوامل:

أ) $أ^{٢} + ١٠أ + ٢٥$

ب) $ب^{٢} - ٢٠ب + ١٠٠$

ج) $جـ^{٢} + ٤جـ + ٤$

د) $د^{٢} - ٤د + ٤$

تمارين ١١-٢-ب

١) حلِّل كلًّا من العبارات الجبرية التالية إلى عوامل:

أ) $أ^{٢} + أب + أجـ + ب جـ$

ب) $أجـ + أد + ب جـ + ب د$

ج) $أب + أ + ب + ١$

د) $٢س^{٢} + ٤س ص + س ع + ٢ص ع$

تمارين ١١-٢-ب

١) حلِّل كلاً ممّا يلي بالتجميع وأخذ العامل المُشترَك:

أ) س ص − ٣س + ٧ص − ٢١ ب) ١٠أ^{٢} + ٥ أب − ٢أجـ − ب جـ

ج) ٦ ب جـ + ٣جـ + ١٠ ب د + ٥ د

تحليل العبارة التربيعية الثُلاثية التي في صورة: س٢ + ب س + ج

$$(س + ٢)(س + ٣) = س^{٢} + ٣س + ٢س + ٦$$
$$= س^{٢} + ٥س + ٦$$

نستنتج أن :

$$س^{٢} + ب\,س + جـ = (س + م)(س + ن)$$

حيث:

$$م \times ن = جـ$$
$$م + ن = ب$$

مثال

حلِّل كلاً من العبارات الجبرية التالية إلى عوامل:

أ) $س^{٢} + ٥س + ٦$

ب) $س^{٢} - ٥س + ٦$

تمارين ١١-٢-ج

١) حلّل كلاً من العبارات الجبرية التالية إلى عوامل:

أ $س^{٢} + ١٤س + ٢٤$	ب $س^{٢} + ٣س + ٢$	ج $س^{٢} + ١١س + ٢٤$
د $س^{٢} + ١٢س + ٣٥$	هـ $س^{٢} + ١٢س + ٢٧$	و $س^{٢} + ٧س + ٦$

٢) حلِّل كلاً من العبارات الجبرية التالية إلى عوامل:

أ) س^{٢} − ٨س + ١٢ ب) س^{٢} − ٩س + ٢٠ ج) س^{٢} − ٧س + ١٢

د) س^{٢} − ٦س + ٨ هـ) س^{٢} − ١٢س + ٣٢ و) س^{٢} − ١٤س + ٤٩

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

تمارين ١١-٢-ج

١) حلِّل كلاً من العبارات الجبرية التالية إلى عوامل:

أ) س^{٢} + ١٤س + ٢٤ ب) س^{٢} + ٣س + ٢ ج) س^{٢} + ١١س + ٢٤

د) س^{٢} + ١٢س + ٣٥ هـ) س^{٢} + ١٢س + ٢٧ و) س^{٢} + ٧س + ٦

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

٣-١١ حلّ المُعادلات التربيعية

مثـال ١٠

حلّ كلاً من المُعادلات التربيعية التالية بدلالة س:

أ $س^{٢} - ٣س = ٠$ ب $س^{٢} - ٧س + ١٢ = ٠$

تمارين ٣-١١

١) حلّ كلاً من المعادلات التربيعية الآتية باستخدام التحليل إلى عوامل:

أ $س^{٢} - ٩س = ٠$ ب $س^{٢} + ٧س = ٠$ ج $س^{٢} - ٢١س = ٠$

د $س^{٢} - ٩س + ٢٠ = ٠$ هـ $س^{٢} + ٨س + ٧ = ٠$ و $س^{٢} + س - ٦ = ٠$

١١-٤ مسائل تطبيقية على حل المُعادلات التربيعية

مثـــال ١٢

عددان صحيحان مُتتاليان ناتج ضربهما ٤٢؛ اكتب مُعادلة تربيعية وحلَّها لتجد زوجَي الأعداد الصحيحة الممكنَين.

١ صِل كل مربع بفكه الصحيح:

$(س + ٢)^{٢}$	$س^{٢} - ٤س + ٤$
$(س - ٢)^{٢}$	$س^{٢} + ٤س + ٤$
$(٢س + ١)^{٢}$	$س^{٢} - ٤س + ١$
	$٤س^{٢} + ٤س + ١$

٢ حلل العبارات الجبرية التالية إلى عوامل:

١] س ص + ٣س + ٩ص + ٢٧

٢] ٦ل^{٢} – ٢ل م + ٣ ل ط – م ط

٣ تحليل العبارة الجبرية التالية : $ص^{٢} - ١٨ ص + ٨١$ هو:

$(ص - ٩)^{٢}$	$(ص + ٩)^{٢}$
$(ص - ٨١)^{٢}$	$(ص + ٨١)^{٢}$

(ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة)

٤ ضع علامة √ في المكان المناسب:

	العبارة	صح	خطأ
١	$س^{٢} + ٤س + ٥ = (س - ٥)(س + ١)$		
٢	$س^{٢} - س - ٢ = (س - ٢)(س + ١)$		

١	حلل العبارات الجبرية التالية إلى عوامل: ١] ٥س^{٢} +١٣ س -٦ ٢] ٢س^{٢} -٣س -٥
٢	صِل كل معادلة تربيعية بحلها الصحيح: ٦ل^{٢} + ٣ل = ٠ ٤س^{٢} -٩ = ٠ س^{٢} +٢س -٣ = ٠ $\frac{٣}{٢}$ ، $\frac{-٣}{٢}$ ٩ ، ٤ ٠ ، -٠,٥ ٣- ، ١
٣	مستطيل مساحته ٢٤ سم^{٢} و طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٢. أوجد بُعديه.
٤	تحليل العبارة الجبرية : ٩ص^{٢} - ٦٤ هو: (٣ص -٨)(٣ص +٨) (٣ص -٦٤)(٣ص +٦٤) (٣ص -٨)(٣ص - ٨) (٩ص -٨)(٩ص +٨) (ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة)