الصف
التاسع

الوحدة الثانية عشرة:

التطابق والتشابه

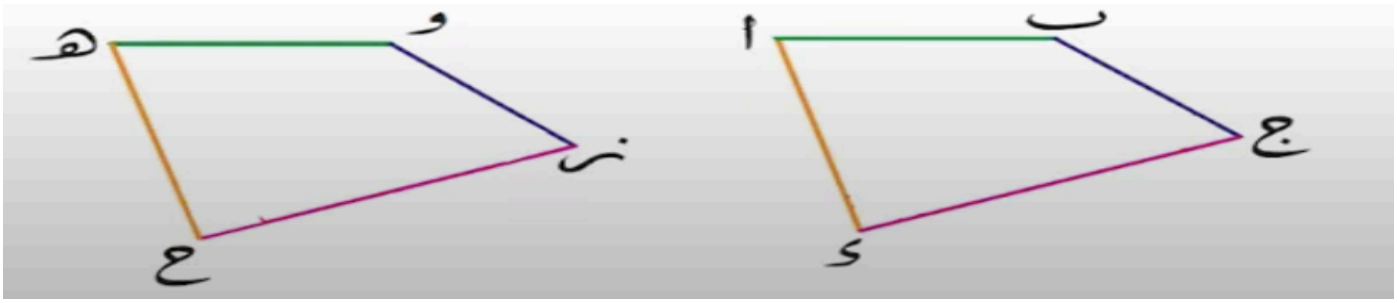
أ/مازن الشرقي مادة الرياضيات للتواصل: ٩٩٤١٠٠١٣

التطابق

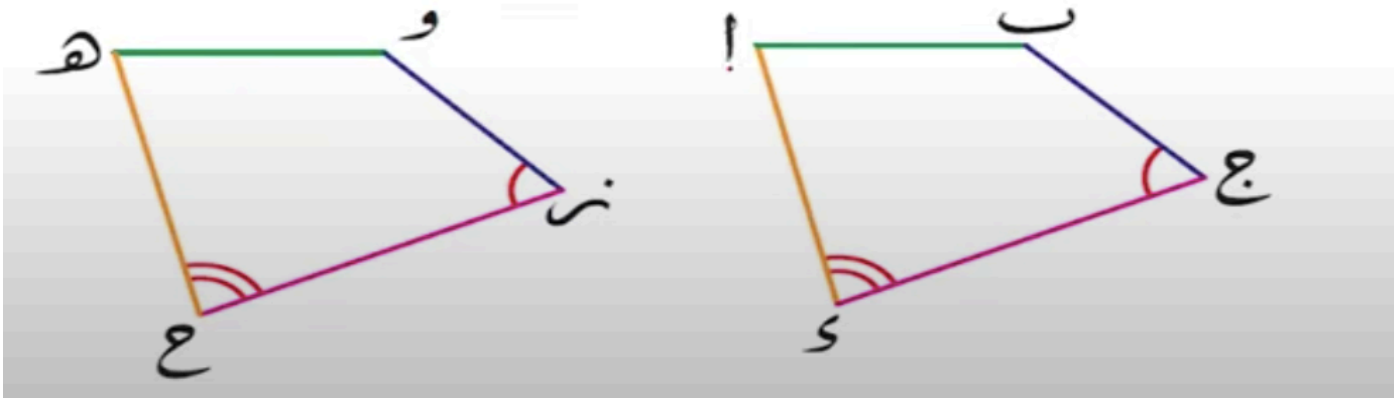
تطابق الأشكال

نلاحظ الأشكال التالية :

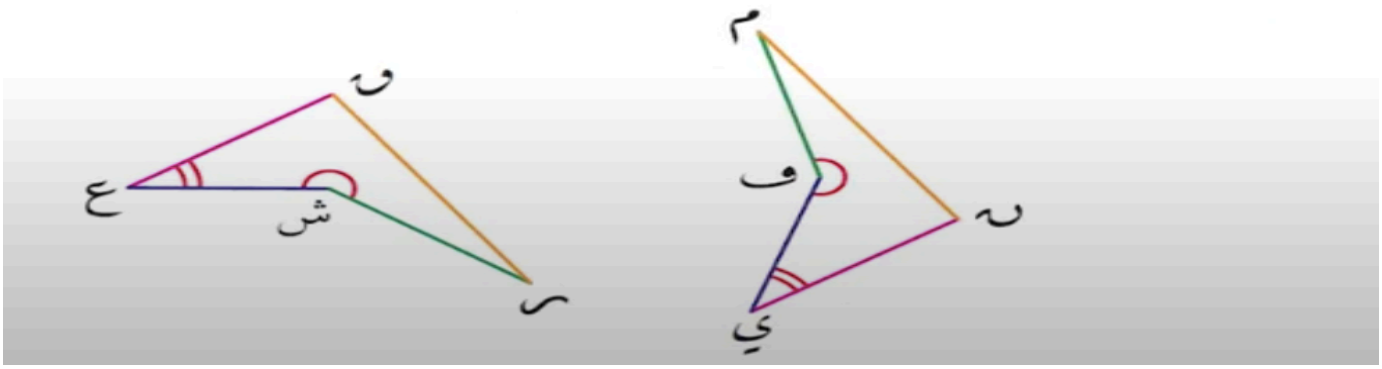
١ الأضلاع المتناظرة متساوية في الطول



٢ الزوايا المتناظرة متساوية في القياس



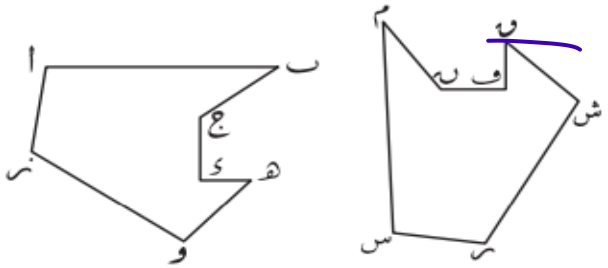
٣ الشكلان لهما نفس المساحة



تمارين ١٢-١-أ

١) إذا كان الشكلان المُجاوران مُتطابقَين، فأجب عمّا يلي:

أ حدِّد الضلع الذي يتساوى طوله مع الضلع:



(١) ا ب

(٢) هـ و

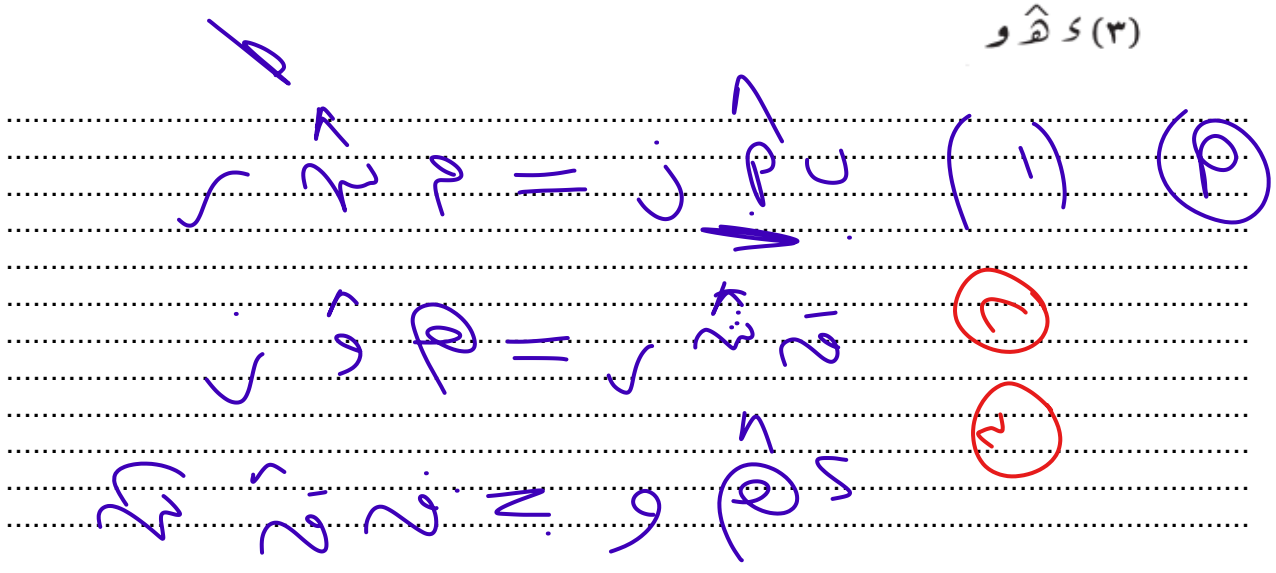
(٣) م ه

ب حدّد الزاوية التي تُناظِر:

(١) ب $\hat{أ}$ ز

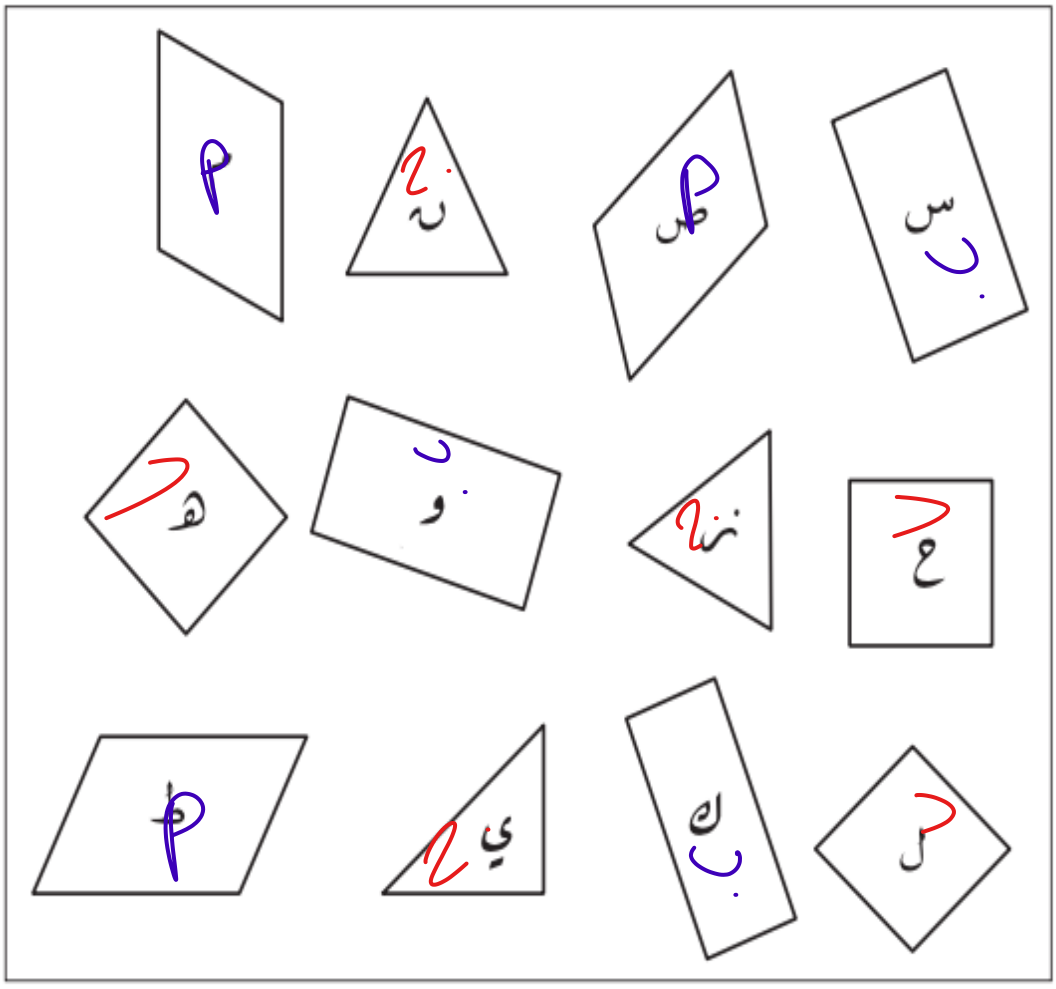
(٢) ف $\hat{ه}$ ش ر

(٣) ء $\hat{هـ}$ و



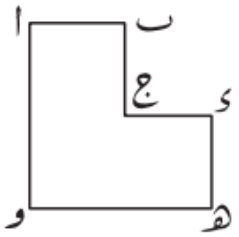
٢) أيّ من الأشكال المرسومة داخل الإطار أدناه تُطابِق شكلاً من الأشكال التالية؟
قس الأطوال والزوايا عند الحاجة.

أ ب ج د



٤) في الشكل المُجاوِر ا ب ج ء هـ و، طول ا ب = طول ب ج = طول ج ء = طول ء هـ :

أعد رسم الشكل، وبيّن كيف تقسمه إلى:



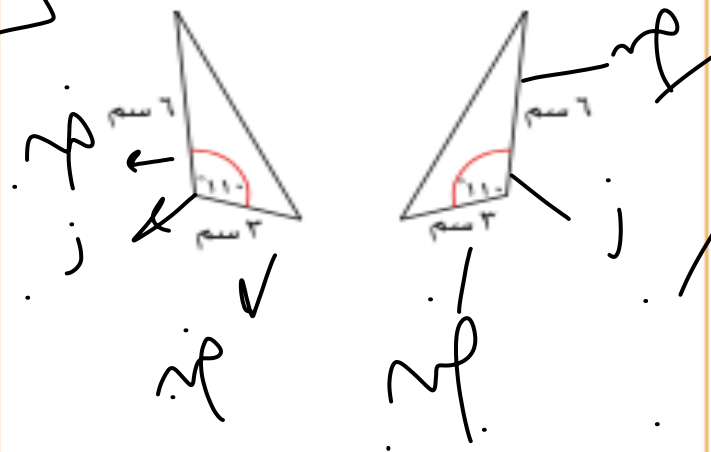
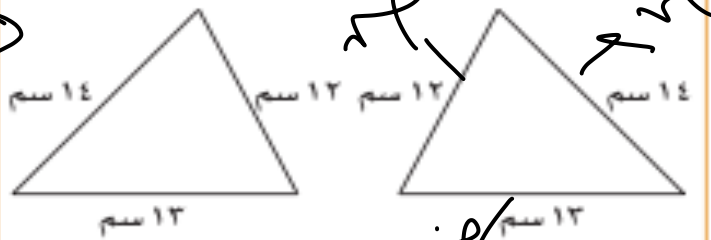
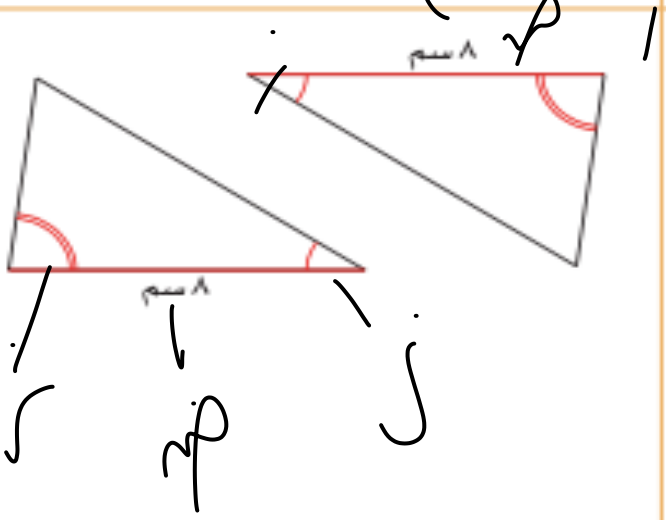
أ شكلَيْن مُتطابقَين.

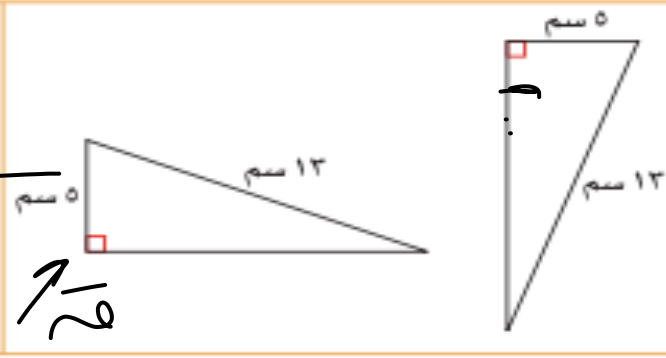
ب ثلاثة أشكال مُتطابِقة.

ج أربعة أشكال مُتطابِقة.

١٢-١-ب تطابُق المُثلّثات

يكون المُثلَّثان مُتطابقَين إذا تحقَّقت إحدى الحالات أو أحد الشروط الآتية:

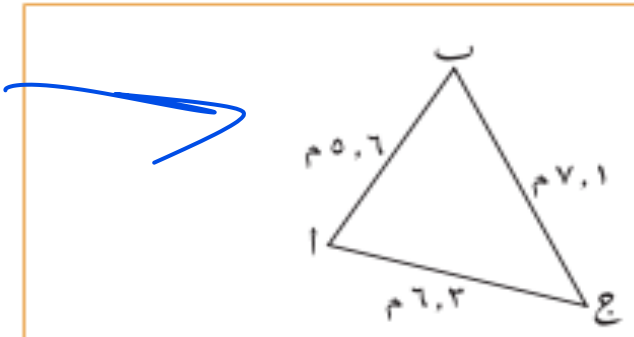
الحالة	رسم توضيحي	الرمز
١. طولا ضلعَين في المُثلَّث الأوَّل مُتساويان مع طولَي ضلعَين في المُثلَّث الثاني، وقياس **الزاوية المحصورة** بينهما يساوي قياس الزاوية المُناظرة لها في المُثلَّث الآخر.		ض ز ض: ضلع زاوية ضلع
٢. أطوال ثلاثة أضلاع من المُثلَّث الأوَّل مُساوية لأطوال الأضلاع المُناظرة لها في المُثلَّث الثاني.		ض ض ض: ضلع ضلع ضلع
٣. قياسا زاويتَين في المُثلَّث الأوَّل مُتساويان مع قياسَي الزاويتَين المُناظرتَين لهما في المُثلَّث الثاني، وقياس **الضلع المحصور** بينهما (الضلع الواصل بين الزاويتَين المتساويتَين) يساوي الضلع المُناظِر له في المُثلَّث الآخر.		ز ض ز: زاوية ضلع زاوية

٤. يتطابق مُثلَّثان قائما الزاوية، إذا تطابق في أحدهما وتر وضلع مع نظائرهما في المُثلَّث الآخر.		ق∠ض و: زاوية قائمة وضلع وتر

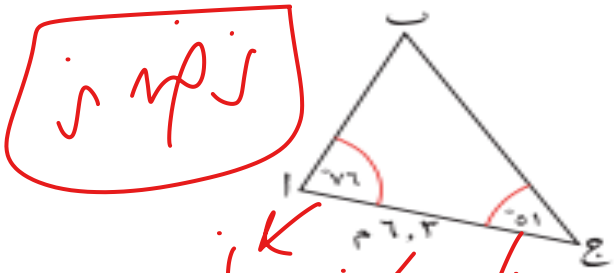
تمارين ١٢-١-ب

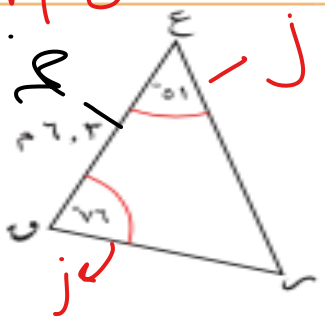
١) حدِّد حالة تطابُق المُثلَّثين في كل جُزئية في ما يلي من بين: ض ر ض، ض ض ض، ر ض ر، ق ض و. وضِّح خطوات عملك.

أ

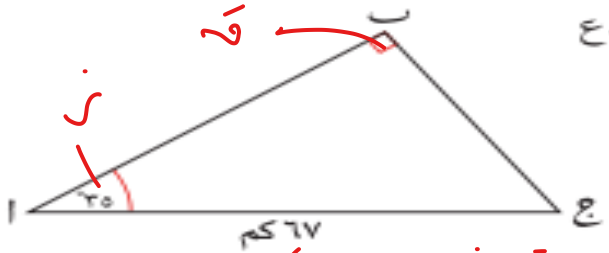


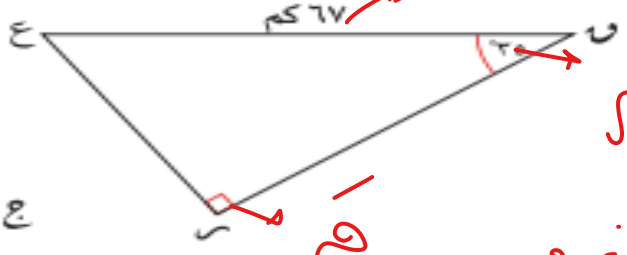
ب


ل
ا
ج
٧٦°
٥١°
٦,٣ م


ع
ق
ر
٥١°
٦,٣ م
٧٦°

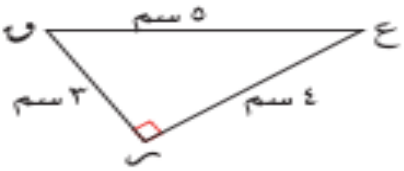
ج


ل
ا
ج
٣٥°
٦٧ كم

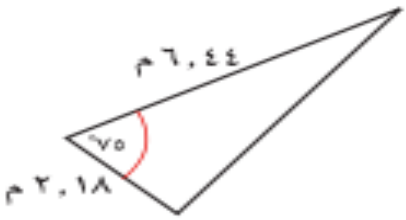

ع
ق
ر
٦٧ كم
٣٥°

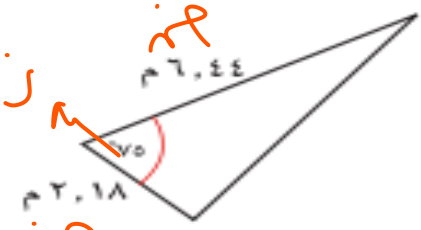
د

ل
ا
ج
٤ سم
٣ سم
٥ سم

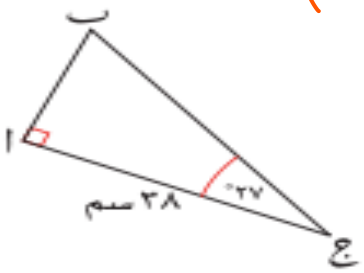

ع
ق
ر
٥ سم
٣ سم
٤ سم

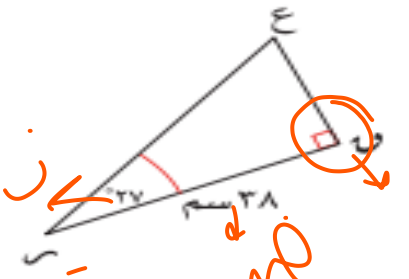
هـ


٦,٤٤ م
٧٥°
٢,١٨ م


٦,٤٤ م
٧٥°
٢,١٨ م

و


ل
ا
ج
٢٧°
٣٨ سم


ع
ق
ر
٢٧°
٣٨ سم

١٢-٢ التشابُه

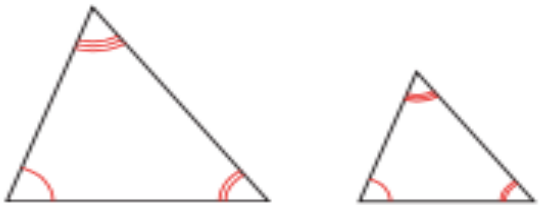
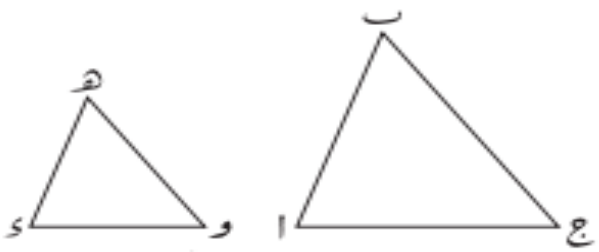
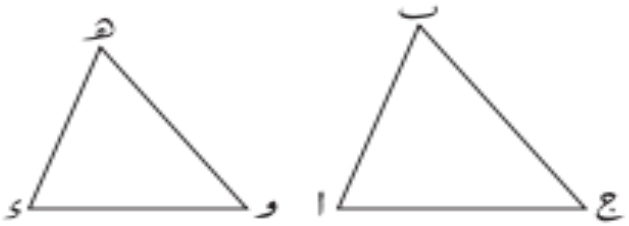
عندما يتمّ تكبير شكل هندسي ليُعطي شكلاً آخر، فإن كلّ جزء من الشكل الأصلي سيتناظر مع جُزء مُحدَّد من الشكل الجديد وبالتالي سيشابهه.

يكون الشكلان **مُتشابِهَين** إذا كانت:

- الزوايا المُتناظرة مُتطابِقة (مُتساوية في القياس).
- الأضلاع المتناظرة مُتناسِبة.

١٢-٢-أ تشابُه المُثلّثات

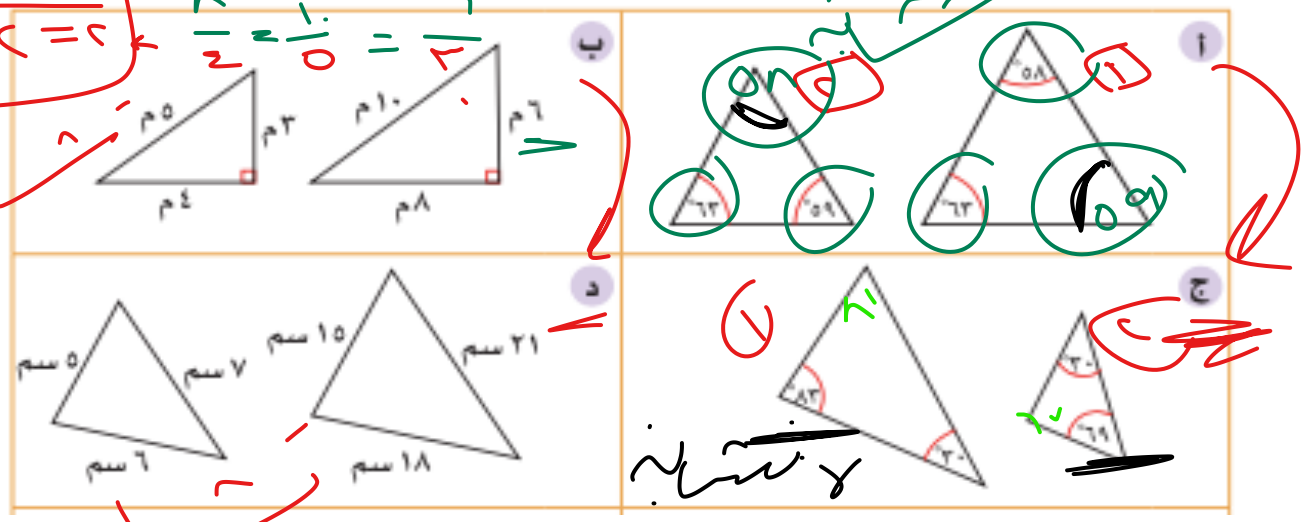
في المُثلّثات المُتشابِهة تكون:

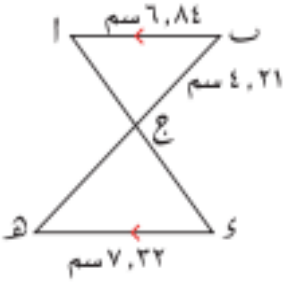
١. **الزوايا المُتناظِرة** مُتطابِقة.	
٢. النسب بين أطوال أضلاع المُثلّث الأوّل مُساوية للنسب بين أطوال أضلاع المُثلّث الثاني: $\frac{\overline{أب}}{\overline{ب ج}} = \frac{\overline{ء هـ}}{\overline{هـ و}}$ و $\frac{\overline{أب}}{\overline{أ ج}} = \frac{\overline{ء هـ}}{\overline{ء و}}$	
٣. النسب بين الأضلاع المُتناظِرة مُتساوية: $\frac{\overline{أب}}{\overline{ء هـ}} = \frac{\overline{ب ج}}{\overline{هـ و}} = \frac{\overline{أ ج}}{\overline{ء و}}$	

إذا تحقّقت إحدى حالات التشابُه في المُثلّثين فإن جميع حالات التشابُه تكون مُتحقّقة في هَذَين المُثلّثين.

تمارين ١٢-٢-أ

١) حدِّد في كلّ من المُثلَّثات التالية ما إذا كان المُثلَّثان متشابهَين أم لا . وضِّح خطوات الحل.





٤) أثبت أنَّ المُثلَّثَين في الشكل المُجاور مُتشابِهان، علمًا بأن ا ب // ء د ، ثمّ أوجد طول ج د .

٥) في الشكل المجاور، أوجد طول ب ج علمًا بأن المُثلَّثين ا ب هـ ، ا ج ء متشابهان.

١٢-٢-ب تشابُه الأشكال

تعلّمت في الدرس السابق عن المُثلّثات المُتشابِهة. ولكن يمكن للتشابُه أن يشمل أي نوع من الأشكال الهندسية. يتشابه مُضلّعان إذا كانت:

- نسبة الأضلاع المُتناظِرة مُتساوية.
- قياسات الزوايا المُتناظِرة مُتساوية.

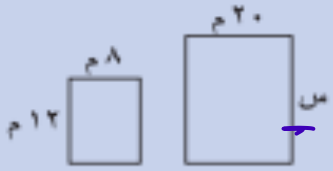
يمكنك استخدام نسبة الأضلاع المُتناظِرة لتجد قيَم الأضلاع المجهولة في الأشكال المُتشابِهة كما هو الحال في المُثلّثات المُتشابِهة.

مثـــال ٤

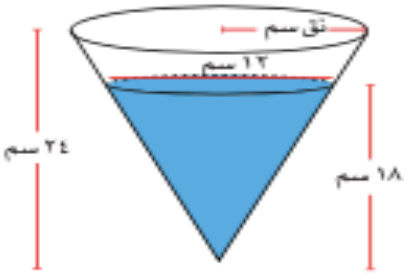
أ لدى أحمد علمان مُستطيلا الشكل. أبعاد الأول ١٠٠٠ مم، ٥٠٠ مم، وأبعاد الثاني ٥٠٠ مم، ٣٥٠ مم. هل العلمان مُتشابِهان؟

مثـــال ٥

في الشكل المجاور، أوجد قيمة س، علمًا بأن المستطيلَين مُتشابِهان.



٧) يُبيّن الشكل المُجاوِر قطعًا طوليًا لمخروط دائري قائم تمّ ملؤه بسائل حتّى ارتفاع ١٨ سم. أوجد نصف قطر قاعدة المخروط.

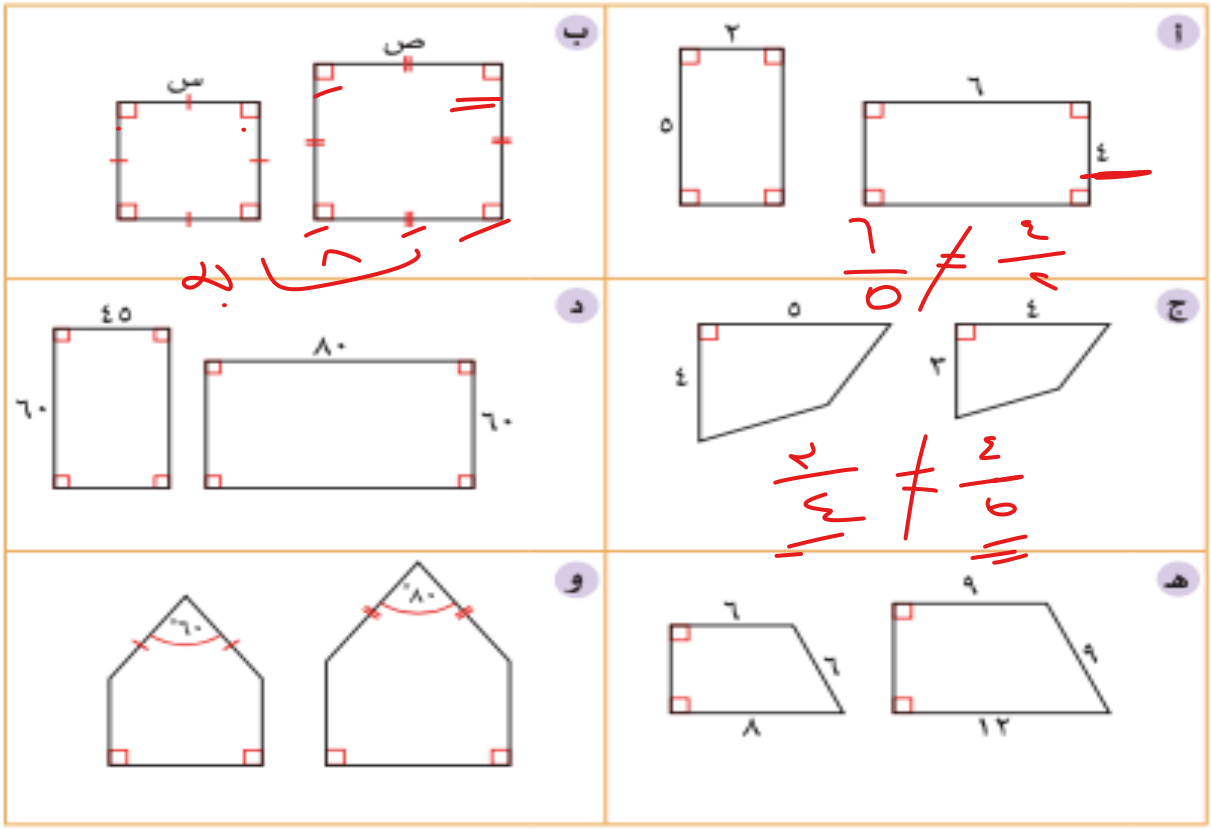


٨) يُبيّن الشكل المُجاوِر سُلَّمًا ثُبّت بسلك أفقي طوله ٨٠ سم. أوجد قيمة س.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

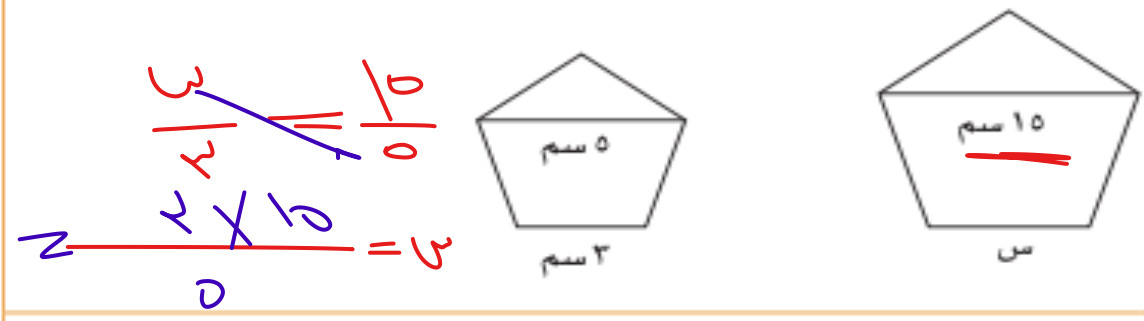
تمارين ١٢-٢-ب

١) حدِّد ما إذا كان كلّ زوج من الأشكال التالية مُتشابِهًا أم لا. وضِّح خطوات الحل.

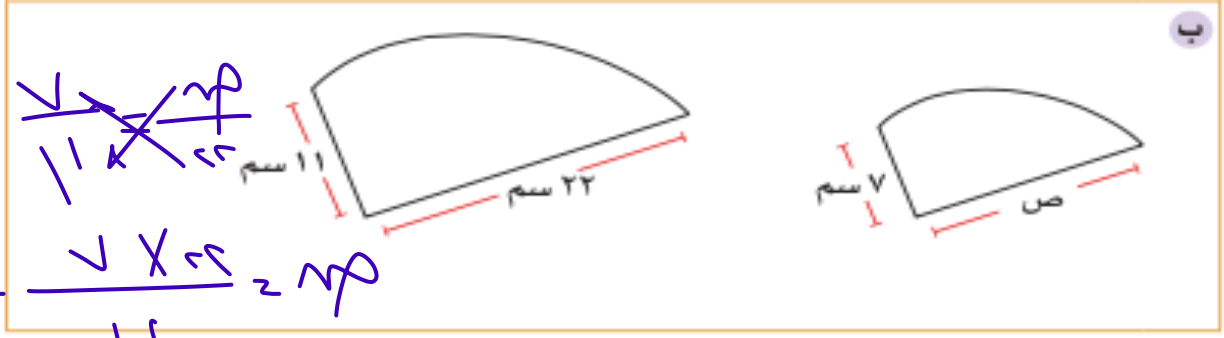


٢) إذا كان كل زوج من الأشكال التالية مُتشابِهًا، احسب قيمة الضلع المجهول:

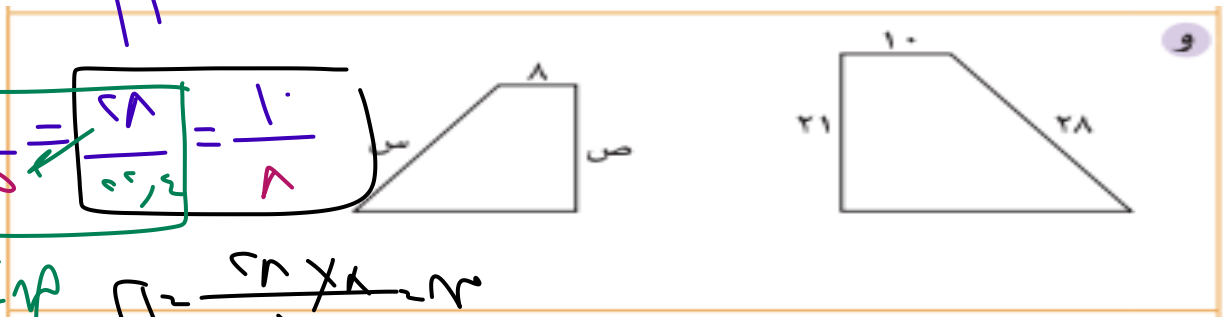
أ



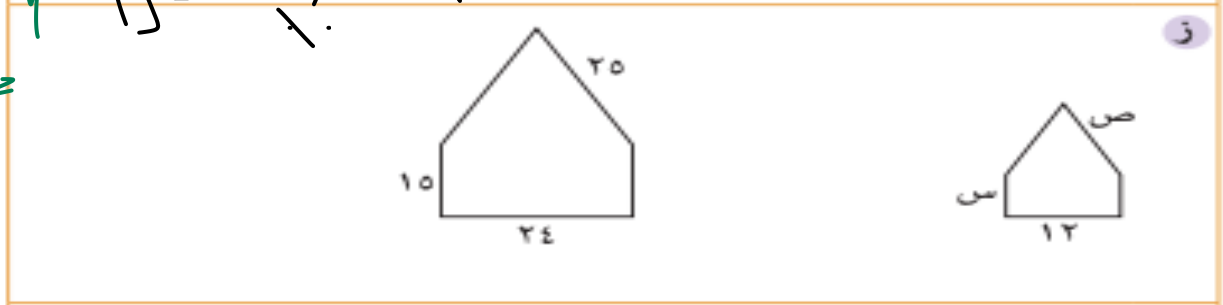
ب



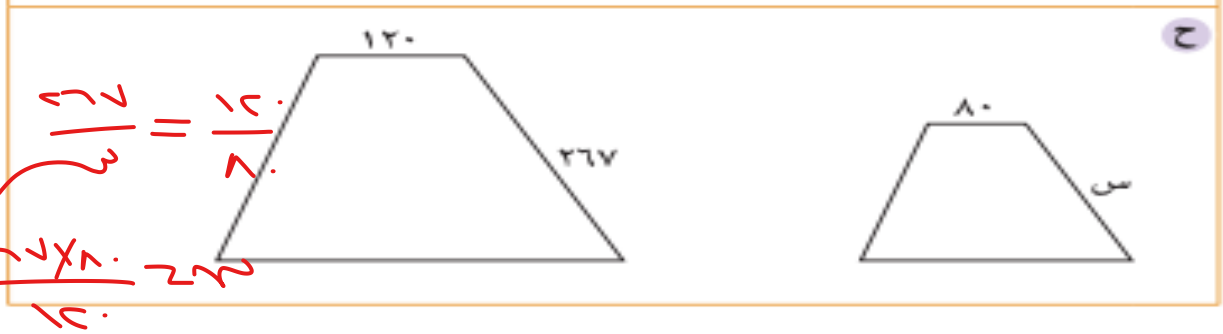
و



ز



ح



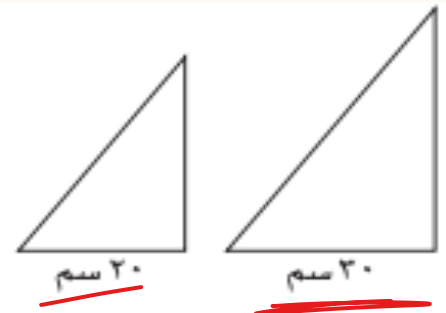
الحل :

١٢-٢-ج مساحة الأشكال المُتشابهة

تمارين ١٢-٢-ج

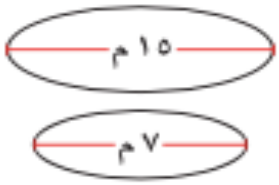
١) إذا علمت أن كل زوج من الأشكال التالية مُتشابِه، وأُعطيتَ مساحة أحد الشكلَين فأوجد مساحة الشكل الآخر:

أ



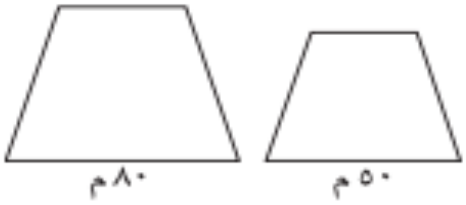
مساحة المُثلَّث الكبير = ١٨٧,٥ سم٢

ب



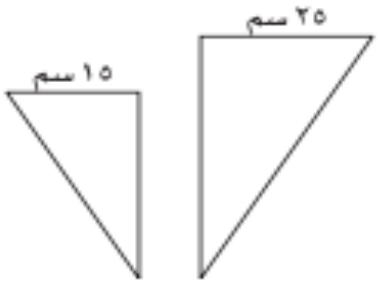
مساحة الشكل الصغير = ١٧,٠ م٢

ج



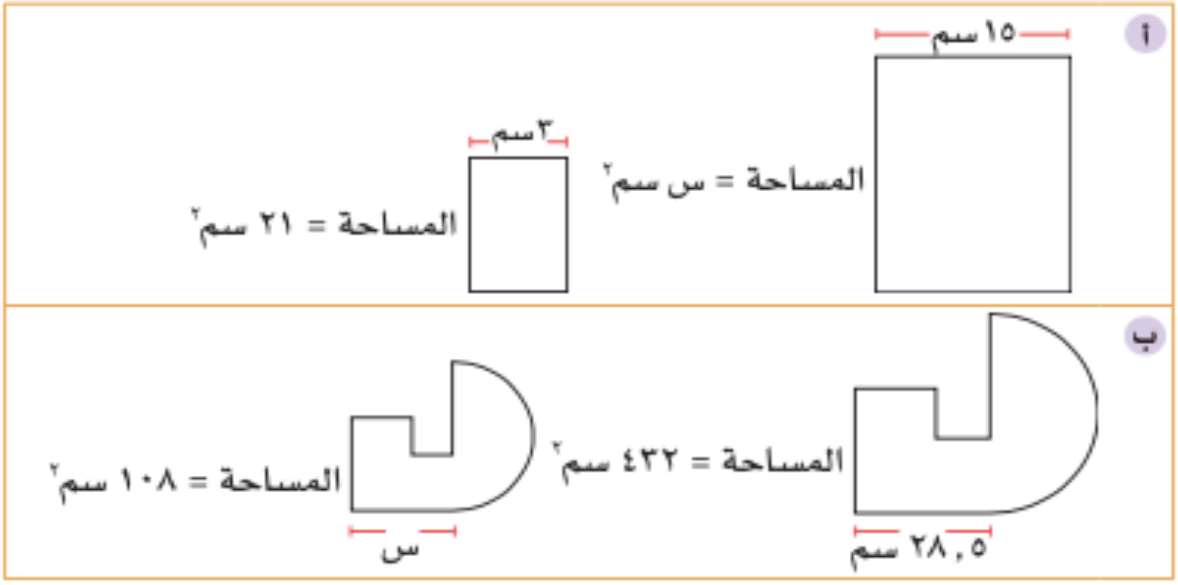
مساحة المُضلَّع الكبير = ٤٠٠٠ م٢

د



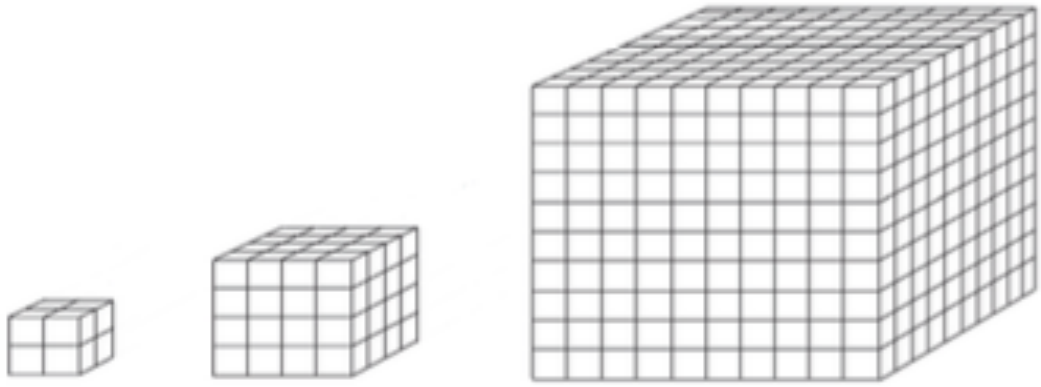
مساحة المُثلَّث الصغير = ١٣٥ سم٢

٥) أوجد القيمة المجهولة في كلّ زوج من أزواج الأشكال المُتشابِهة التالية:

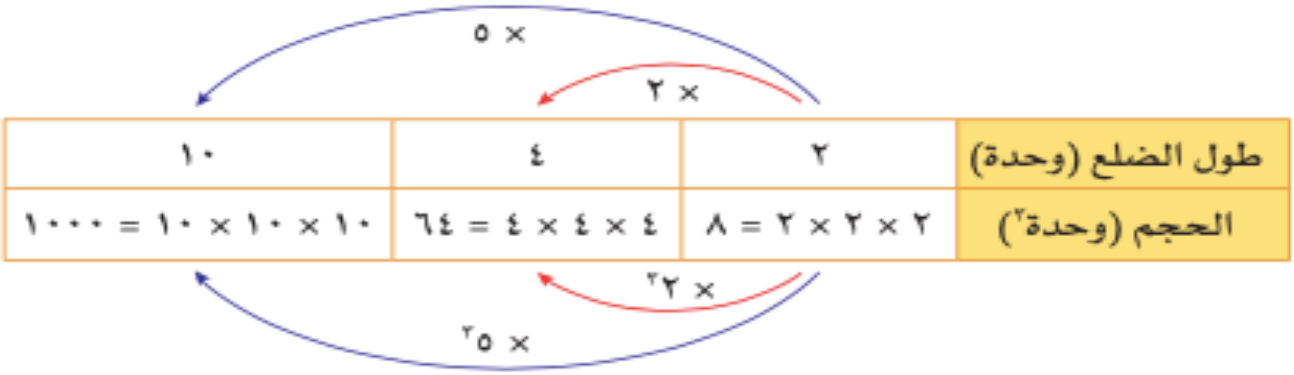


١٢-٢-د تشابُه المُجسَّمات

حجوم المُجسَّمات المُتشابِهة و مساحاتها السطحية



يُبيِّن الجدول التالي حجوم وأطوال أضلاع كلّ من المُكعَّبات السابقة.



طول الضلع (وحدة)	٢	٤	١٠
الحجم (وحدة^{٣})	٢ × ٢ × ٢ = ٨	٤ × ٤ × ٤ = ٦٤	١٠ × ١٠ × ١٠ = ١٠٠٠

لاحظ أنه عند ضرب طول الضلع في ٢، يُضرب الحجم في مُكعَّب مُعامِل تشابُه الطول، أي $٢^{٣} = ٨$

هنا يكون **مُعامِل تشابُه الأطوال** ٢، و**مُعامِل تشابُه الحجوم** $٢^{٣}$

عند ضرب طول الضلع في ٥، يُضرب الحجم في مُكعَّب مُعامِل تشابُه الطول، أي $٥^{٣} = ١٢٥$

هنا يكون **مُعامِل تشابُه الأطوال** ٥، و**مُعامِل تشابُه الحجوم** $٥^{٣}$

وبالتالي فإن:

مُعامِل تشابُه الحجوم = (مُعامِل تشابُه الأطوال)^{٣}

وباعتماد المساحة السطحية للمُكعَّبات، ستكون قادرًا على مُلاحظة أن قاعدة مُعامِل تشابُه المساحات لا تزال صحيحة بخصوص المساحة:

مُعامِل تشابُه المساحات = (مُعامِل تشابُه الأطوال)^{٢}

مثـــال ١٠

إذا كان المخروطان المُبيَّنان في المُخطَّط المُجاور مُتشابِهَين، أوجد حجم المخروط الكبير، علمًا بأن حجم المخروط الصغير ٤٠ سم٣.

مثـــال ١١

صندوق حجمه ٢٠٠٠ سم٣. إذا تضاعفت أبعاده، فكم سيكون حجمه الجديد؟

تمارين ١٢-٢-د

١) انسخ الجملة الآتية وأكملها:

عند ضرب أبعاد مُجسَّم في مقدار ك، سنضرب المساحة السطحية في _____ ونضرب الحجم في _____.

٢) إذا علمت أن المُكعَّبَين (أ)، (ب) مُتشابِهان، وأن طول ضلع المُكعَّب (أ) ٢٠ سم، وطول ضلع المُكعَّب (ب) ٥ سم:

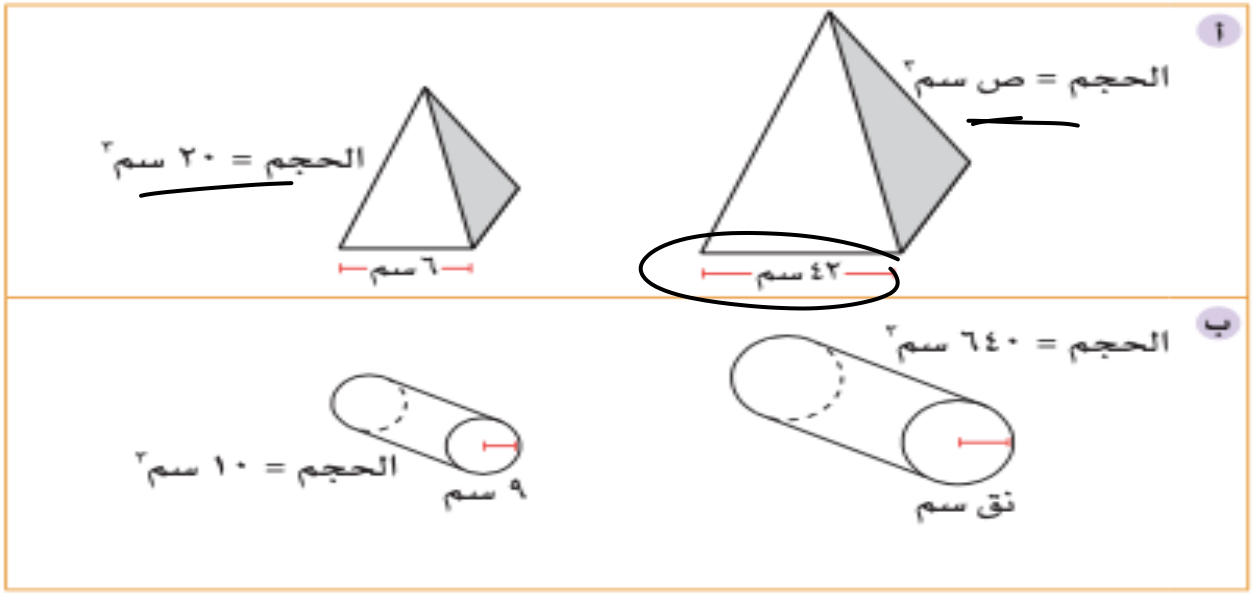
أ ما مُعامِل تشابُه (أ) إلى (ب)؟

ب ما النسبة بين مساحتَيْهما السطحيَّة؟

ج ما النسبة بين حجمَيْهما؟

٧) أوجد القيمة المجهولة في كلّ زوج من أزواج الأشكال المُتشابِهة التالية:

أ



ب

١٢-٣ تطبيقات على التشابُه

تمارين ١٢-٣

١) يبلغ طول غرفة المعيشة على رسم مُخطَّط لأحد المنازل ٣,٤ سم، وعرضها ٢,٦ سم. مقياس الرسم المُستخدَم في المُخطَّط هو ١ سم لكل ٢ م. أوجد الطول والعرض الحقيقي للغرفة.

٢) تبلغ المسافة الحقيقية بين قريتَين ١٢ كم. احسب المسافة بينهما على خريطة، إذا كان مقياس الرسم:

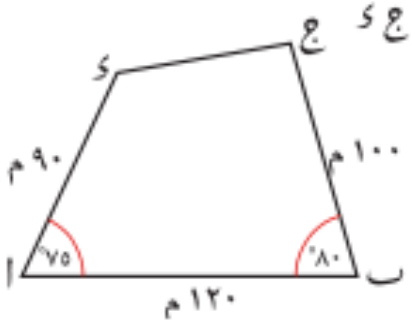
أ ١ سم لكل ٤ كم. ب ١ سم لكل ٥ كم

٣) إذا علمت أن طول طريق مُنحدَر ٢٨ م ويُشكِّل زاوية قياسها ١٥° مع الأفق. يُراد رسم مُخطَّط للمُنحدَر باستخدام مقياس الرسم ١ سم لكل ٥ م،

أ فكم سيكون طول المُنحدَر في المُخطَّط؟

ب وما قياس الزاوية التي سيُشكِّلها المُنحدَر مع الأفق في المُخطَّط؟

٤) إذا كان الشكل المُجاوِر يُمثِّل رسمًا تقريبيًّا للحقل ا ب ج ء



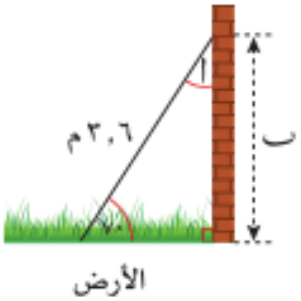
أ ارسم مُخطَّطًا دقيقًا للحقل مُستخدِمًا مقياس الرسم ١ سم إلى ٢٠ م.

ب أوجد ق(∠ب ج ء) وق(∠ء ج ع) عند طرفَي الحقل مُستخدِمًا المنقلة.

ج أوجد طول ضلع الحقل ج ء.

الحل:

٥) يرتكز سُلَّم طوله ٣,٦ م على أرض أفقية وعلى حائط رأسي، ويُشكِّل زاوية مع الأرض قياسها ٧٠° (انظر الشكل المُقابِل).



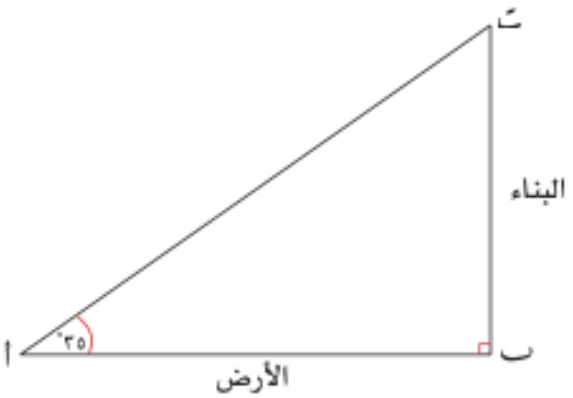
أ ما قياس الزاوية (أ) التي يُشكِّلها السلَّم مع الحائط؟

ب ارسم مُخطَّطًا مُستَخدِمًا مقياس الرسم ١ سم لكل ٥٠ سم، كي تجد ارتفاع السلَّم (ب) عن الأرض.

٦) يُمثِّل رسم المُخطَّط الدقيق الجدار الرأسي ب ت لبناء مُشيَّد على أرض أفقية. رُسم المُخطَّط بمقياس الرسم ١ سم لكل ٨ م.

أ أوجد ارتفاع البناء.

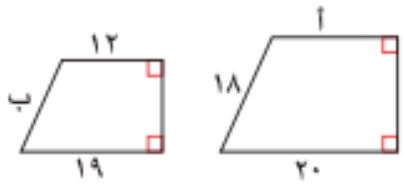
ب أوجد المسافة من النقطة أ إلى قاعدة البناء ب.



.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

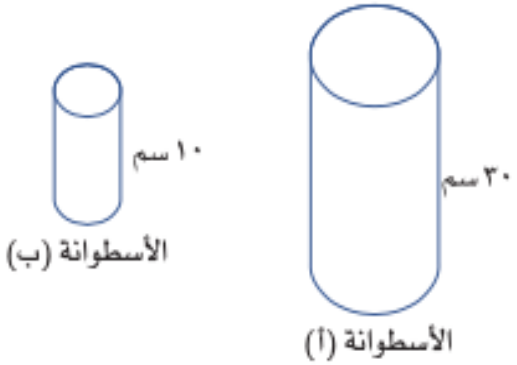
تمارين نهاية الوحدة

١) إذا علمت أن الشكلَين التاليين مُتشابِهان، فأوجد قيمتَي أ، ب:

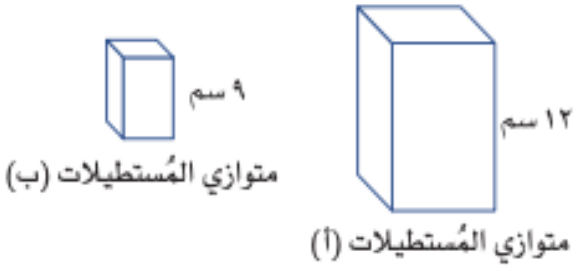


٢) إذا علمت أن السهمَين مُتشابِهان، ومساحة السهم الأول (الصغير) ٢٢سم٢. أوجد مساحة السهم الثاني (الكبير):

٣) إذا كانت الأسطوانتان المُجاورتان مُتشابِهتَين، وكانت المساحة السطحية للأسطوانة (أ) تبلغ ١٥٠ سم٢. فأوجد المساحة السطحية للأسطوانة (ب).



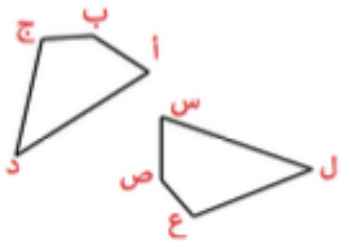
٤) إذا علمت أن مُتوازيَي المُستطيلات التاليَيْن مُتشابِهان: فأوجد حجم مُتوازي المُستطيلات (أ)، إذا كان حجم مُتوازي المُستطيلات (ب) يساوي ١٧٥ سم٣.



الحل:

١ المضلعان الموضحان في الشكل المقابل متطابقين:

صل ما يلي بما يناسبه



أب =	ص ع
ع ل =	ق(س̂)
ق(أ̂) =	ق(ع̂)
ق(ج̂) =	س ص
	ج د

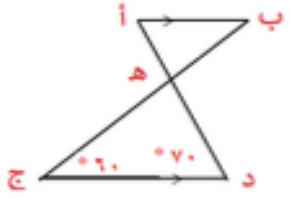
٢ الشكل المطابق للشكل

(ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة)

٣ صل كل حالة من حالات تطابق المثلثات بالشكل المناسب :

ض ض ض
ض ز ض
ز ض ز

٤ في الشكل المقابل:



ق(أ̂) =

٥٠°	٦٠°
٧٠°	١٣٠°

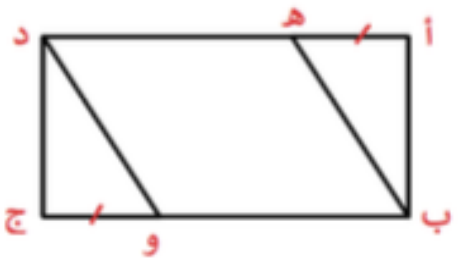
(ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة)

١ ضع علامة √ في المكان المناسب:

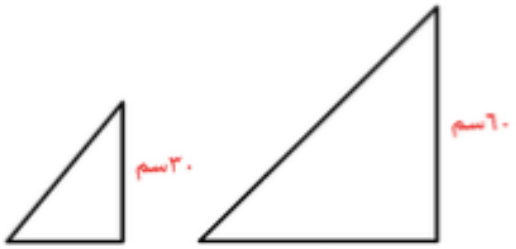
	العبارة	صح	خطأ
١	يتشابه المثلثان إذا تطابقت أضلاعهما المتناظرة		
٢	المثلثان متشابهان		

٢ في الشكل المقابل:
أب ج د مستطيل . إذا كان أهـ = ج و

أثبت أن : Δ أب هـ ≅ Δ ج د و



٣ إذا كان الشكلان التاليان متشابهين ، فما مساحة الشكل الأكبر؟

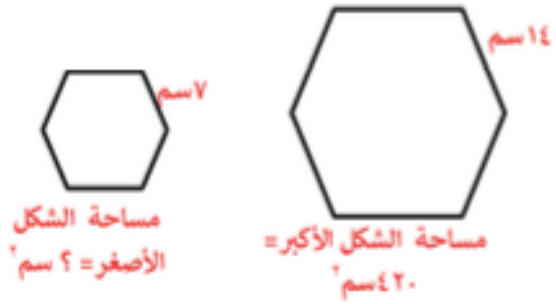


٤ إذا علمت أن طول أحد الأضلاع في الشكل الأول هو (أ) وطول الضلع المناظر له في الشكل الثاني هو (ب):

صِل ما يلي:

معامل تشابه الأطوال	$\left(\frac{أ}{ب}\right)^{٣}$
معامل تشابه المساحات	$\frac{أ}{ب^{٢}}$
معامل تشابه الحجوم	$\frac{أ}{ب}$
	$\frac{أ^{٢}}{ب^{٢}}$

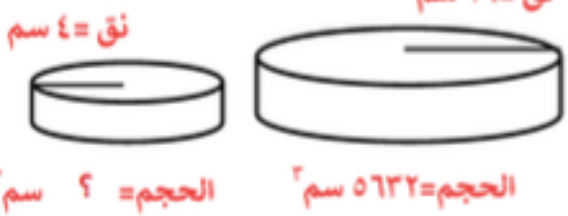
١ إذا كان الشكلان التاليان متشابهين ، فإن مساحة الشكل الأصغر =



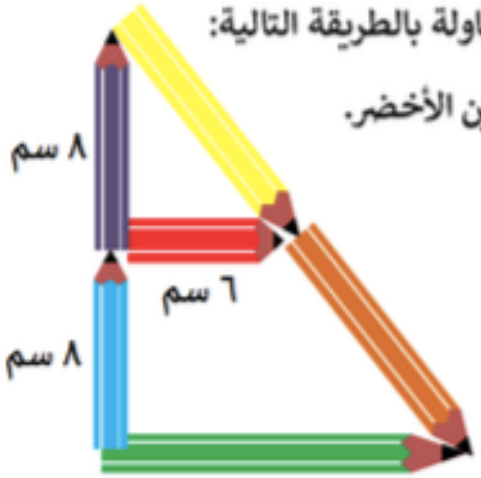
١٩٦ ١٤٠ ١٠٥ ٩٨

(ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة)

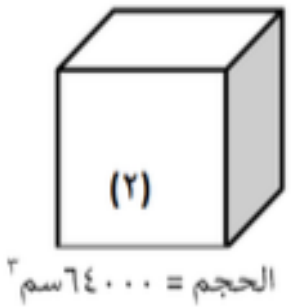
٢ صنعت جويرية قالبان من الكعك اسطوانيان متشابهان كما بالشكل.
ما حجم القالب الأصغر؟



٣ استخدم عليٌّ أقلام التلوين الموجودة في حقيبته ورتّبها على الطاولة بالطريقة التالية:
فإذا كان القلم الأحمر والأخضر متوازيان فأوجد طول قلم التلوين الأخضر.



٤ إذا كان المجسمان التاليان متشابهين ، فإن معامل تشابه المجسم (١) إلى المجسم(٢) =



$\frac{١}{٨٠٠}$ $\frac{١}{٨٠}$ $\frac{١}{٨}$ $\frac{١}{٤}$