

الصف العاشر

الوحدة الحادية عشرة:
المثلث القائم الزاوية

(١١ - ١) نظرية فيثاغورس

التعلم القبلي: تذكر أن في المثلث القائم الزاوية:

✓ **الوتر** هو أطول ضلع في المثلث القائم

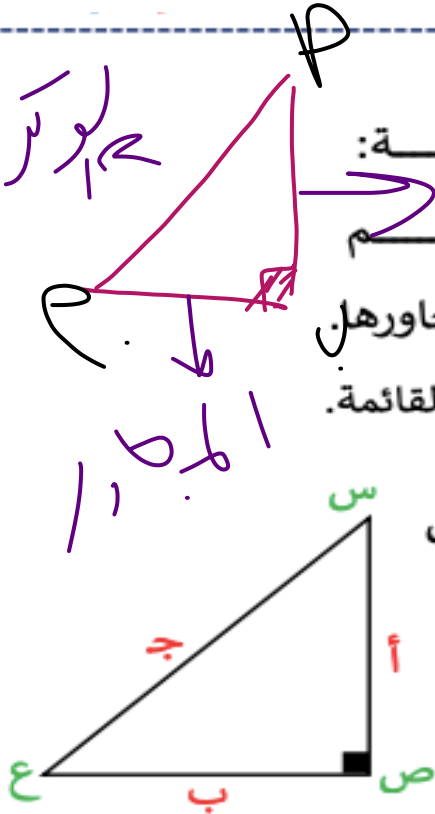
وهو الضلع الذي يقابل الزاوية القائمة ولا يجاوره.

✓ **الضلعين الآخرين** في المثلث القائم هما ضلعي الزاوية القائمة.

في الشكل المقابل المثلث س ص ع قائم الزاوية في ص

أ، ب هما ضلعي الزاوية القائمة.

ج يسمى الوتر.



التعبير الرمزي

$$ج^2 = أ^2 + ب^2$$

ومنها:

$$أ^2 = ج^2 - ب^2$$

$$ب^2 = ج^2 - أ^2$$

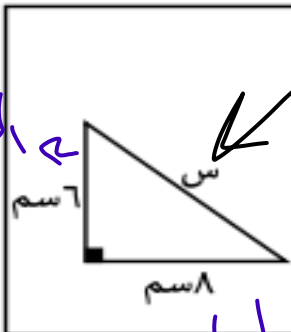


نظرية فيثاغورس

التعبير اللفظي

في المثلث القائم الزاوية
مربع طول الوتر يساوي
مجموع مربعي طول ضلعي
الزاوية القائمة

مثال: أوجد طول الضلع المشار إليه بالحرف س



الوتر = (المقابل)² + (المجاور)²

$$\sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$$

الوتر = 10

الوتر = (المقابل)² + (جا)²

$$\sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

$$\sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$\sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$\sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

لاحظ: المستقيم المرسوم من رأس المثلث أ ب ج المتطابق الضلعين عمودياً على القاعدة ينصف القاعدة في د

$\overline{AB} = \overline{AC}$
 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$
 د منتصف \overline{BC}
 $\overline{BD} = \overline{DC} = \frac{1}{2} \overline{BC}$

نشاط فردي - ١:

(١) أ) ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة:

محيط المثلث القائم في الشكل المقابل:

٦٤ ○

٥٦ م ○

٩٦ ○

٧٢ ○

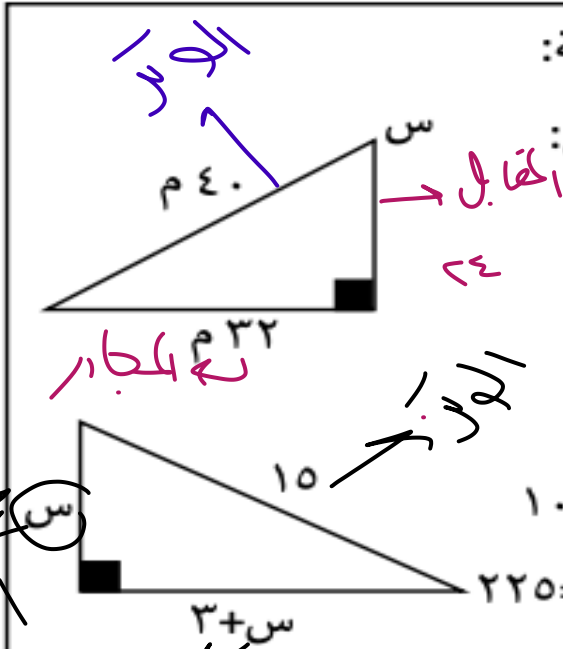
ب) حوط العلاقة الرياضية الصحيحة:

$10.8 = s^3 + s^2$ ○

$15 = 3 + 3 + s$ ○

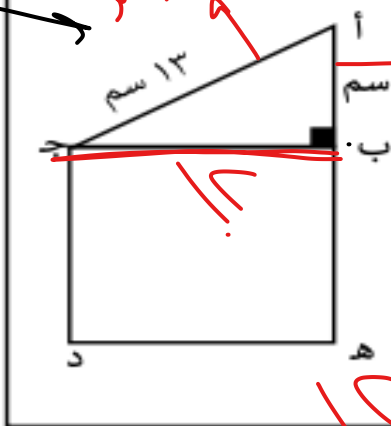
$225 = 9 + s^2 + 6s$ ○

$15 = (3 + s)^2 - s^2$ ○



(٢) أكمل:

في الشكل المقابل مساحة المربع ب ه د ج = _____ سم^٢



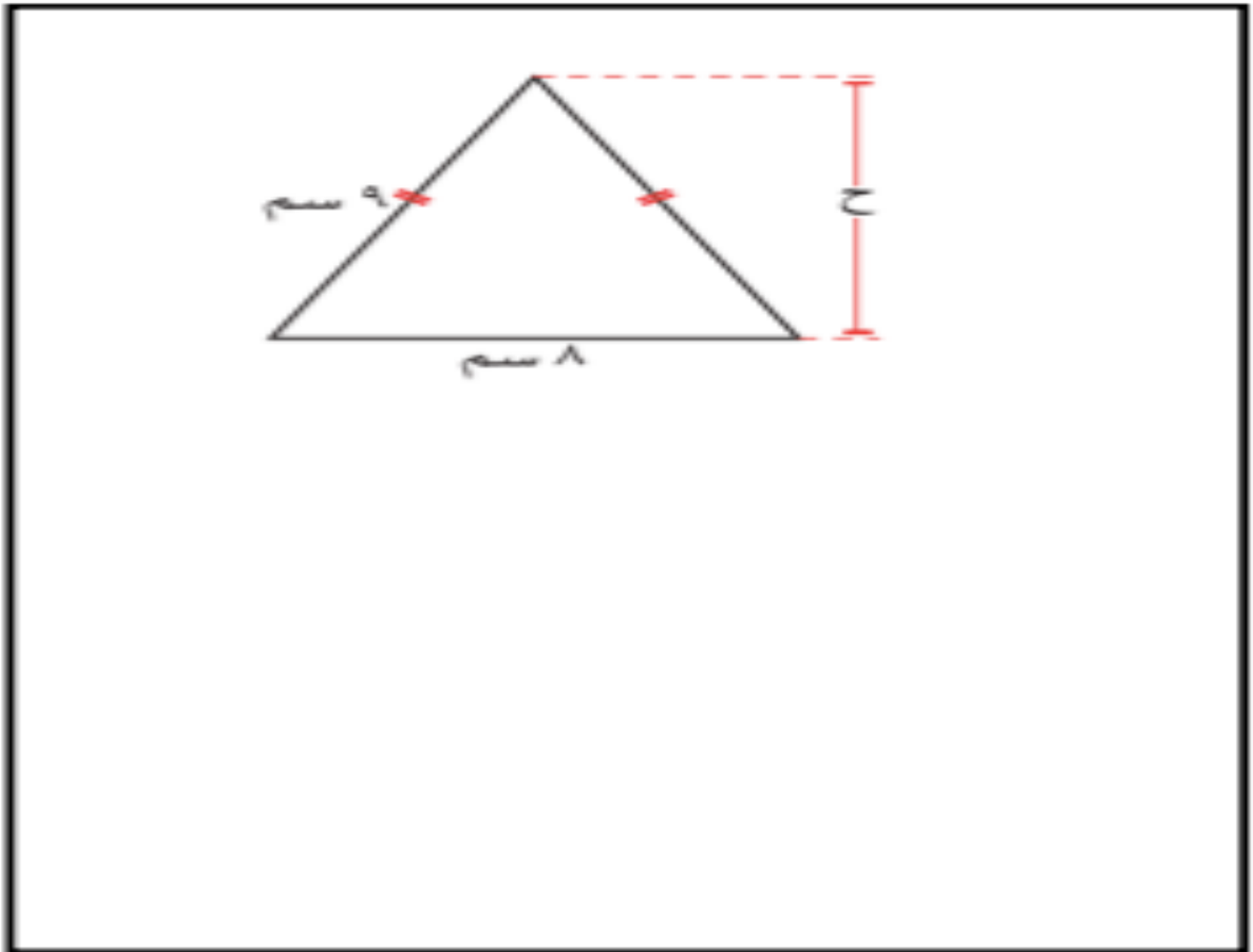
مساحة المربع = $12 \times 5 = 60$ سم^٢
 (المجاور) = (المجاور) + (المجاور)
 $13^2 = 5^2 + 12^2$
 $169 = 25 + 144$
 $169 - 144 = 25$
 $25 = 5^2$
 $5 = 5$

أنتبه:

- ✓ لا يمكن تطبيق نظرية فيثاغورث إلا في المثلثات القائمة
- ✓ يجب تربيع الأضلاع قبل الجمع عند تطبيق نظرية فيثاغورث



تدريب: أوجد طول الضلع المجهول في كل مثلث من المثلثات التالية:



اختبار المثلث القائم الزاوية

إذا كانت أ ، ب ، ج أطوال أضلاع مثلث (ج أكبر الأضلاع طولاً)

$$ج^2 = أ^2 + ب^2$$

إذا كان : $ج^2 \neq أ^2 + ب^2$
المثلث يكون **غير قائم** الزاوية

$$ج^2 = أ^2 + ب^2$$

المثلث يكون **قائم** الزاوية

إذا كانت أ ، ب ، ج أعداد صحيحة
فإنها تسمى ثلاثيات فيثاغورث.

مثال : أكمل الجدول الآتي:

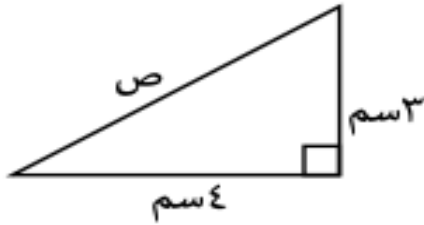
السبب	هل المثلث قائم الزاوية		أطوال أضلاع المثلث
	لا	نعم	
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	٦سم ، ٨سم ، ١٠سم
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	٦سم ، ١٢سم ، ١٤سم
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	٨ ، ٤سم ، ٦سم ، ٣سم

(١١ - ٢) تطبيقات على نظرية فيثاغورث:

التعلم القبلي:

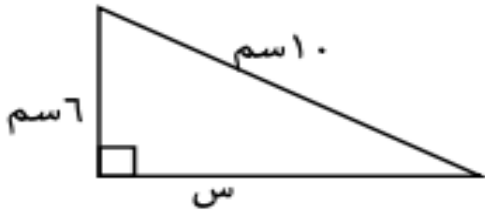
(١) ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة:

(أ) قيمة ص في المثلث المرسوم هي:



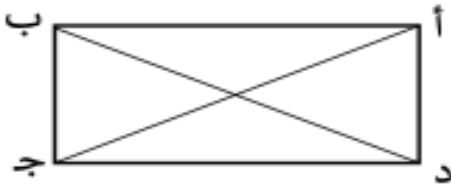
٣ ٤ ٨ ٥

(ب) قيمة س في المثلث المرسوم هي:



٦ ١٠ ٨ ٤

(٢) تذكر أن قطري المستطيل متساويان في الطول



$$\overline{أج} = \overline{ب د}$$

✓ أن نظرية فيثاغورث من النظريات المهمة التي يمكن استخدامها في

حل مسائل كثيرة من الحياة اليومية

✓ ملاحظات تساعدك على استخدام نظرية فيثاغورث في

حل بعض المسائل الحياتية:

(١) ابحث دائما عن مثلث قائم الزاوية في سياق المسألة

لتتمكن من استخدام نظرية فيثاغورث.

(٢) ارسم تمثيلا للموقف الموجود في المسائل اللفظية .

(٣) ارسم المخططات عندما تعطي الاحداثيات.

مثال ١-: ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة:

طول قطر المستطيل الذي طوله ١٦ مم وعرضه ١٢ مم يساوي:

١٢

١٦

٢٠

٢٨

سجل ملاحظاتك

مثال ٢-: أوجد المسافة بين النقطتين (٢- ، ٣-) ، (٧- ، ٦)

الحل

نشاط فردي ٣-: حوّل المسافة بين النقطتين (٢ ، ٣) ، (١- ، ٢)

٨-

٤-

٤

٨



(١١ - ٣) النسب المثلثية

(١١-٣-أ) تسمية أضلاع المثلث القائم الزاوية

أي مثلث يحتوي على ثلاث أضلاع في المثلث القائم تنقسم الأضلاع فيه إلى

ضلعي الزاوية القائمة

الوتر

الضلع **المقابل** للزاوية القائمة هو أحد ضلعي الزاوية القائمة الذي يقابل الزاوية الحادة ولا يتقاطع معها

الضلع **المجاور** للزاوية القائمة هو أحد ضلعي الزاوية القائمة الملاصق للزاوية الحادة

هو الضلع الأطول في المثلث في الشكل المقابل س ع هو الوتر

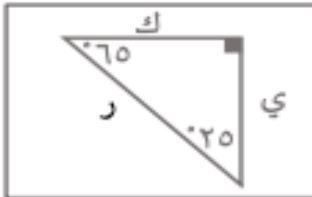
في الشكل المقابل س ص هو الضلع المقابل للزاوية (ع)

في الشكل المقابل ص ع هو الضلع المجاور للزاوية (ع)



نشاط جماعي:

أكمل بوضع كلمة مجاور أو مقابل أو وتر

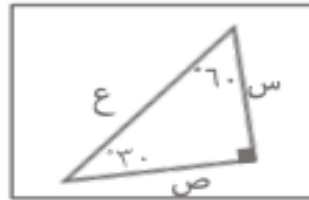


- = (°٦٥) ك
- = (°٢٥) ي
- = (°٦٥) ر
- = (°٢٥) ك
- = ر

مثال (١): رقم (١) ص ٤٧ كتاب النشاط

نشاط فردي:

ظلل الإجابة الصحيحة:



ع	ص	س	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	مقابل (°٦٠)
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	مجاور (°٣٠)
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	الوتر
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	مقابل (°٣٠)
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	مجاور (°٦٠)

(١١-٣ ب + ١١-١٣ د) النسب المثلثية

مفاهيم عامة

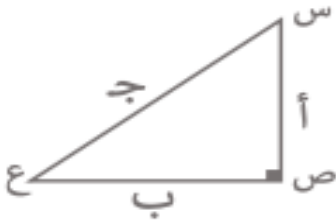
(١) **حساب المثلثات:** هو دراسة العلاقة بين زوايا المثلث وأضلاعه وهو أحد أهم فروع الرياضيات وأقدمها.

(٢) **النسبة المثلثية:** هي النسبة التي تقارن بين طولي ضلعين من أضلاع المثلث القائم .

سنقوم بدراسة ثلاثة نسب مثلثية وهي:

ظل الزاوية - جيب تمام الزاوية - جيب تمام الزاوية

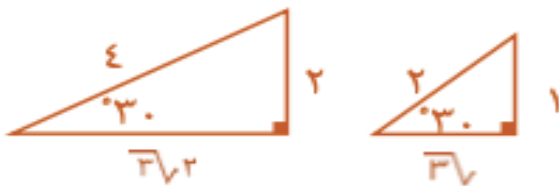
إذا كان المثلث س ص ع قائم الزاوية في ص فإن:



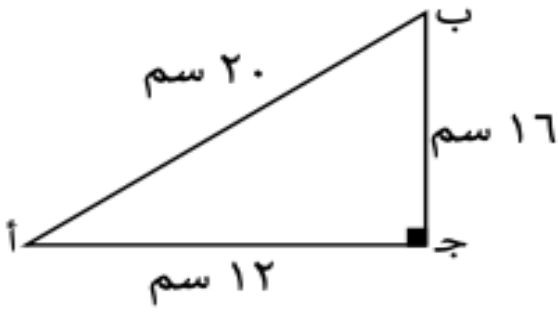
التعبير اللفظي	نسبة ظل الزاوية	نسبة جيب الزاوية	نسبة جيب تمام الزاوية
القاعدة	طول الضلع المقابل للزاوية طول الضلع المجاور للزاوية	طول الضلع المقابل للزاوية طول الوتر	طول الضلع المجاور للزاوية طول الوتر
الرمز المستخدم للنسبة	ظل الزاوية س = ظا(س) $\frac{ب}{ا}$ = ظا(س)	جيب الزاوية س = جا(س) $\frac{ب}{ج}$ = جا(س)	جيب تمام الزاوية س = جتا(س) $\frac{ا}{ج}$ = جتا(س)
المفتاح المستخدم للنسبة	tan	sin	cos

ملاحظة:

النسبة المثلثية تساوي مقدار ثابت لأي زاوية (س) أي تعتمد على قياس الزاوية فقط وليس على أطوال أضلاع المثلث.

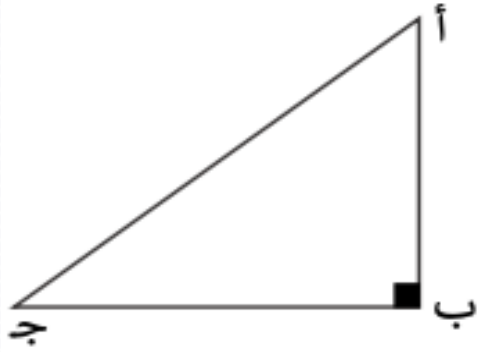


مثال (١):



أكمل الجدول التالي بما يناسبه من المثلث

	جا (أ)
	جتا (أ)
	ظا (أ)
	جتا (ب)
	جا (ب)
	ظا (ب)
	جتا (أ) + جا (ب)
	2 جتا (أ) + 2 جا (أ)
	ظا (أ) + ظا (ب)
	جا (ب) - ظا (أ)
	جا (أ) - ١



تدريب: ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة في المثلث المرسوم أمامك ظا (أ) تساوي

$$\frac{ب}{ج}$$

$$\frac{أ}{ب}$$

$$\frac{أ}{ب}$$

$$\frac{ب}{أ}$$

نشاط فردي (٢): ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة:

(١) أكبر قيمه من القيم هي:

جتا (٧٠°)

ظا (٦٠°)

جتا (٤٥°)

جا (٣٠°)

(٢) قيمة ٢ ظا (٣٠°) × جتا (٦٠°) تساوي:

١,٥

١

٠,٣

$\frac{١}{٢}$

(١١-٣-ج) حساب قياس الزوايا

إذا علم جيب الزاوية أو جيب التمام أو الظل لزاوية حادة فيمكن إيجادها باستخدام معكوس النسبة المثلثية (**الدالة العكسية**) كالتالي :

النسبة المعلومة	مفتاح الدالة العكسية	مثال لطريقة الإدخال على الآلة الحاسبة
ظا(س)	Shift tan Tan ⁻¹	ظا(س) = ٥ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">Shift</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">tan</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">٥</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">≈</div> س ≈ ٧٩°
جا(س)	Shift sin Sin ⁻¹	جا(س) = ٠,٥ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">Shift</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">sin</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">٠,٥</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">≈</div> س = ٣٠°
جتا(س)	Shift cos Cos ⁻¹	جتا(س) = ٠,٥٤٣٢ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">Shift</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">cos</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">٠,٥٤٣٢</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">≈</div> س ≈ ٥٧°

مثال (١): أستخدم الآلة الحاسبة لتجد قيمة س إلى أقرب منزلة عشرية

$$\text{جتا(س)} = \frac{\sqrt[3]{2}}{2}$$

س =

$$\text{جا(س)} = ٠,٩٩$$

س =

$$\text{جتا(س)} = ٠,٨٥$$

س =

$$\text{ظا(س)} = \frac{2}{5}$$

س =

نشاط فردي: ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة:

(١) قيمة \sin لأقرب منزلة عشرية إذا كان $\cos = 0,5$.

30° 60° 27° 77°

(٢) قيمة \tan (أ) إذا كانت \cot (أ) = $0,4$.

$2,5$ $0,436$ $2,291$ $4,583$

(٣) قياس الزاوية الحادة التي جيبها = $\frac{1}{3}$

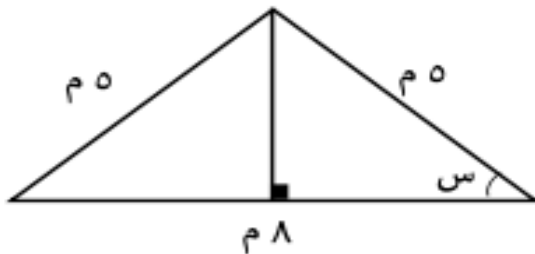
30° 45° 60° 9°

نشاط ثنائي: رقم (٣) كتاب النشاط صفحة ٥٢

نشاط جماعي:

ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة:

في الشكل المقابل: قيمة \cos =



$\frac{3}{5}$ $\frac{3}{8}$

$\frac{4}{3}$ $\frac{3}{4}$

استخدام النسب المثلثية في مثلث قائم الزاوية

ايجاد الزوايا المجهولة

من المثلث المرسوم نحدد علاقة الأضلاع المعطاة بالزاوية المطلوبة

نستخدم النسبة المثلثية المناسبة ثم نعوض بالمعطيات

نستخدم معكوس النسبة المثلثية لإيجاد الزاوية المطلوبة

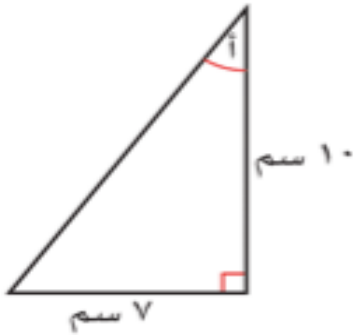
ايجاد الأضلاع المجهولة

من المثلث المرسوم نحدد علاقة للزاوية المعطاة بالضلع المعطى والضلع المطلوب

نستخدم النسبة المثلثية المناسبة ثم نعوض بالمعطيات

نحل التناسب لإيجاد الضلع المطلوب

مثال-٢: أوجد قياس كل زاوية من الزوايا المشار إليها بحرف في كل حالة من الحالات التالية مقربا الناتج إلى أقرب منزلة عشرية واحدة



مثال-١: أوجد طول الضلع المشار إليه بحرف في كل حالة من الحالات التالية أكتب إجابتك مقربا إلى أقرب عدد مكون من ثلاث أرقام معنوية



نشاط فردي (١):

لكلّ مثلث من المثلثات التالية أوجد طول الضلع المجهول المشار إليه بحرف (بعض التمارين يتطلب حلها استخدام ظل الزاوية)

رقم (٤/ك) كتاب الطالب صفحة ٧٩



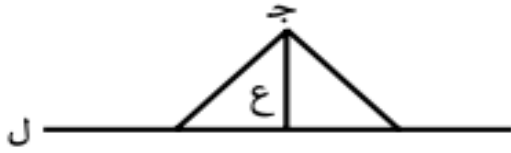
رقم (٤/ز) كتاب الطالب صفحة ٧٩



(١١-٤) حل مسائل باستخدام حساب المثلثات

التعلم القبلي:

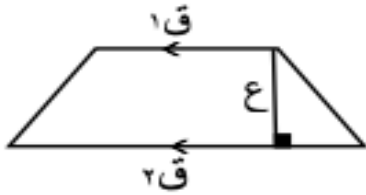
تذكر أن:



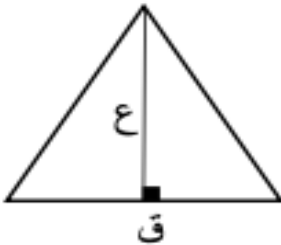
(١) أقصر مسافة بين نقطة ومستقيم هي

طول الخط العمودي من النقطة إلى المستقيم

ع هو أقصر مسافة بين النقطة ج والمستقيم ل



(٢) مساحة شبه المنحرف = $ع \times \frac{(ق١ + ق٢)}{٢}$



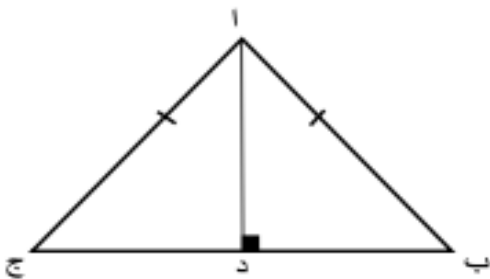
(٣) مساحة المثلث = $\frac{١}{٢} \times ق \times ع$

(٤) في المثلث المتطابق الضلعين العمود المرسوم

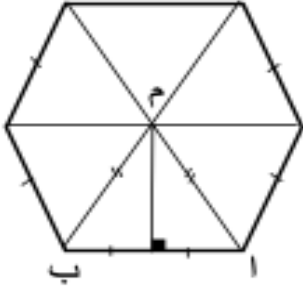
من الرأس على القاعدة ينصف القاعدة وينصف الزاوية الرأس

$$\overline{أد} \perp \overline{بج}$$

$$ب د = د ج = \frac{١}{٢} ب ج$$



$$ق(ب أ د) = ق(د أ ج) = \frac{١}{٢} ق(ب أ ج)$$



(٥) المضلع المنتظم هو مضلع زواياه متساوية في القياس وجميع أضلعه متطابقة في الطول.

(أ) يمكن حساب مساحة المضلع المنتظم عن طريق تقسيمه إلى مثلثات متطابقة.

مساحة المضلع المنتظم = مساحة \times عدد الأضلاع

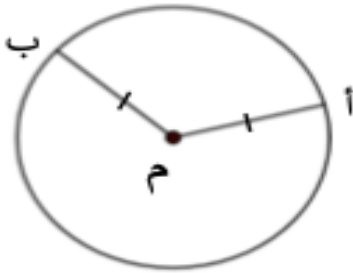
(ب) قياس كل زاوية داخلية من زوايا المضلع المنتظم = $\frac{180 \times (ن-٢)}{ن}$



(٦) مجموع قياس الزوايا المتجمعة حول نقطة

$$٣٦٠ = ل + ع + ص + س$$

(٧) أنصاف اقطار الدائرة الواحدة متساوية في الطول



$$م أ = م ب$$

لحل مسائل باستخدام حساب المثلثات يجب اتباع الإرشادات الآتية:

إذا كان السؤال لا يتضمن مخططاً فأرسم الشكل بدقة ووضح

أرسم المثلثات التي تستخدمها وسم الزوايا والأضلاع

حدد المثلثات قائمة الزاوية التي يمكن أن تفيدك في الحل

حدد الأضلاع أو الزوايا التي تعرفها

أكتب النسبة وأوجد طول الضلع أو قياس الزاوية المطلوبة

مثال (١) : رقم (٥) كتاب الطالب صفحة ٦٩



يوضح الشكل المجاور شجرة ارتفاعها ب د
تبعد قاعدتها (ب) مقدار ٣٠ م أفقيًا عن النقطة (م)
قياس الزاوية (ب م د) يساوي 47° .

ضع علامة (✓) في المكان المناسب مع التبرير

التبرير

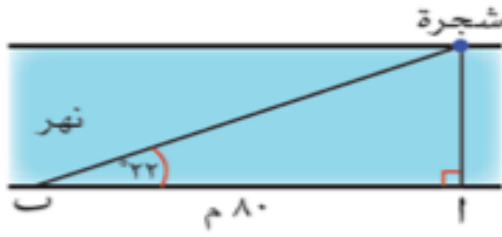
صح خطأ

$$\text{ظا (م)} \approx 1,07$$

$$\bar{د} = 30 \text{ م}$$

$$\text{ارتفاع الشجرة} = 17,3 \text{ م}$$

نشاط فردي : رقم (٦) كتاب الطالب صفحة ٦٩



يريد مالك أن يقدر عرض نهر ضفتيه متوازيتين. بدأ من النقطة (أ) المقابلة للشجرة مباشرة على الضفة الأخرى. مشى ٨٠ متراً على الضفة فوصل إلى النقطة (ب) ثم نظر إلى الشجرة، فوجد أن المستقيم من النقطة (ب) إلى الشجرة يشكل مع الضفة زاوية قياسها 22°

ضع دائرة حول عرض النهر

٢٩,٩٦

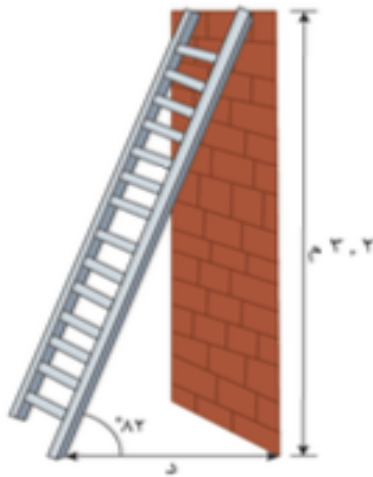
٨٦,٣ م

٧٤,١٧ م

١٩٨,١ م

نشاط ثنائي : رقم (٨) كتاب الطالب صفحة ٧٠

يبين الشكل المجاور سلماً يرتكز على حائط. وجد كل من علي ومحمد على المسافة التي تصل بين قاعدة السلم وقاعدة الحائط بالأمتار مقرباً الناتج إلى أقرب سم



محمد

$$\frac{3,2}{د} = \tan(82^\circ)$$

$$د = \frac{3,2}{\tan(82^\circ)}$$

$$د = 0,45 \text{ م} = 45 \text{ سم}$$

علي

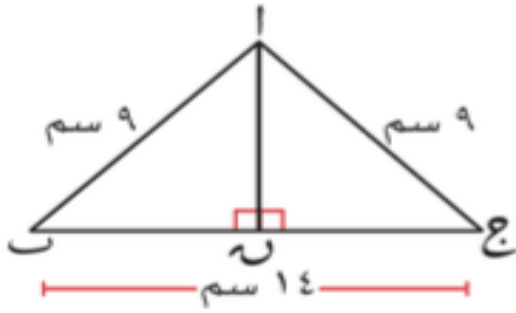
$$\frac{3,2}{د} = \tan(82^\circ)$$

$$د = \frac{3,2}{\tan(82^\circ)}$$

$$د = 3200 \text{ سم}$$

أيهما إجابته صحيحة؟ علي محمد، برر إجابتك

وضح خطوات حلك:



نشاط جماعي-٢: رقم (٤) كتاب الطالب صفحة ٨٥
مثّلت متطابق الضلعين أطوال أضلاعه
٩ سم، ٩ سم، ١٤ سم كما في الشكل المجاور.

صل كل عبارة من العمود الأول بما يناسبها من العمود الثاني:

٥,٧ سم

٧ سم

٣٨,٩

٥١,١

١٠٢,٢

طول أن

ق (ب أن)

ق (ج أب)

ق (ج)

١١-٥ زاوية الاتجاه من الشمال

مثال ١٥

يبين قياس زاوية اتجاه المدينة (ب) بالنسبة إلى المدينة (أ) ٥٨° . ما قياس زاوية اتجاه المدينة (أ) بالنسبة إلى المدينة (ب)؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

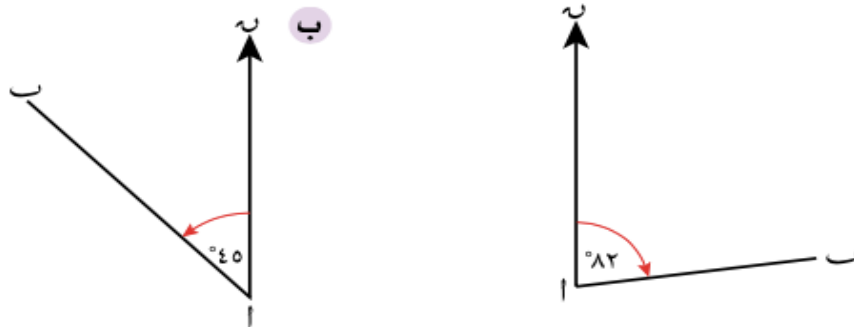
.....

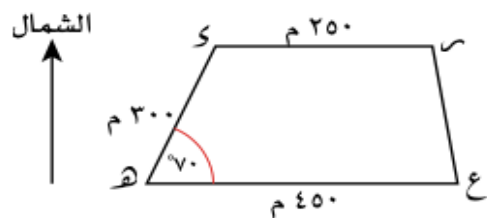
تمارين ١١-٥

١) أوجد قياس زاوية الاتجاه من الشمال، المؤلفة من ثلاثة أرقام في كل من الحالات الآتية:

أ الغرب ب جنوب شرق ج شمال شرق

٢) اكتب قياس زاوية الاتجاه من الشمال، المؤلفة من ثلاثة أرقام للنقطة أ من النقطة ب في كل حالة من الحالتين الآتيتين:





٧) يمثل المخطّط المجاور الحقل هـ ع س ح على مستوى سطح الأرض. ويمثّل الضلعان هـ ع، س ح اتّجاه الشرق.

- أ) اكتب زاوية اتّجاه س ح من النقطة هـ .
 ب) احسب المسافة العمودية بين س ح، هـ ع .
 ج) احسب بالمتّر المربّع مساحة الحقل هـ ع س ح .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

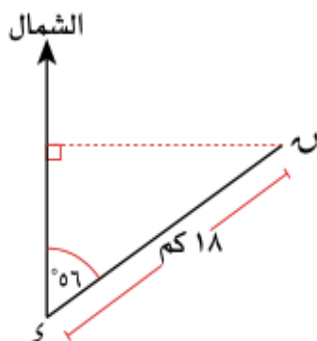
.....

.....

.....

.....

.....



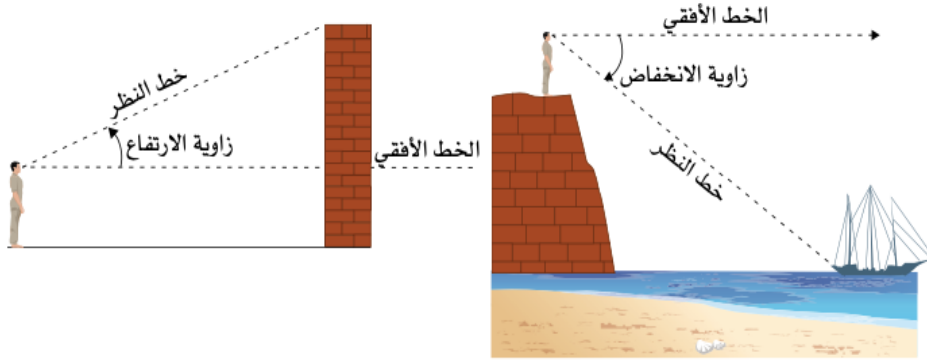
٥) تبعد القرية (ح) عن القرية (س) مقدار ١٨ كم بزاوية اتّجاه من الشمال قياسها 56° .

- أ) احسب بُعد النقطة ح إلى الشمال من النقطة س .
 ب) احسب بُعد النقطة ح إلى الشرق من النقطة س .

٦-١١ زاوية الارتفاع وزاوية الانخفاض

غالبًا ما تتضمن مسائل النسب المثلثية أجسامًا مرتفعة أو أشياء منخفضة، مثل قمة البناء والطائرة والسفينة. في هذه الحالات، تقع زاوية الارتفاع أو زاوية الانخفاض بين الخط الأفقي وخط النظر إلى الجسم.

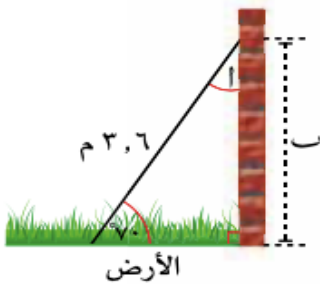
تُقاس زوايا الارتفاع والانخفاض دائماً مع الأفق.



- يتم رسم الخط الأفقي بدءاً من مستوى نظر الشخص.
- تسمى الزاوية الواقعة تحت الخط الأفقي بزاوية الانخفاض.
- تسمى الزاوية الواقعة فوق الخط الأفقي بزاوية الارتفاع.

تمارين ٦-١١

(١) يبلغ طول طريق منحدر ٢٨ م، ويبلغ قياس زاوية ارتفاعه 15° . ما ارتفاع قمة الطريق المنحدر عن سطح الأرض؟



(٢) يبيّن الشكل المجاور سلّمًا طوله ٣,٦ م. يرتكز أحد طرفيه على أرض أفقية، ويرتكز طرفه الآخر على جدار رأسي بزاوية ارتفاع قياسها 70° .

- ما قياس الزاوية التي يشكّلها السلم مع الجدار (١)؟
- احسب بُعد نقطة ارتكاز قمة السلم على الجدار (ب) عن قاعدة السلم؟

