منصة أسهل

- الأستاذة : أسماء الخنبشية
- الرياضيات الأساسية

الصف (11)

الفصل الدراسي الثاني

School
Bus
BOOK

* الوحدة السادسة :

- الصيغة الأسية والصيغة اللوغاريتمية
- اللوغاريتمات ذات الأساس ١٠ (اللوغاريتم الاعتيادي)
- قوانين اللوغاريتمات

✱ الصيغة الأسية والصيغة اللوغاريتمية

س ← تكرار العدد بالضرب

$أ^{\text{س}}$

س ← الأس (القوة)

أ ← الأساس

$أ^{\boxed{س}}$

$٤^{٠} = ١$

أنواع الأس

١) صفر

$أ^{٠} = ١$

كسر

لو الكسر في الأس احوله جذر

$(س-١)^{\frac{١}{٢}} = \sqrt{س-١}$ ← نوع الجذر (مقام)

$(س^{٢})^{\frac{٢}{٣}} = \sqrt[٣]{س^{٢}}$

$(س^{٢}-١)^{\frac{١}{٣}} = \sqrt[٣]{س^{٢}-١}$

لا $س^{\frac{٤}{٥}} = \sqrt[٥]{س^{٤}}$

$\frac{م}{ن}$ م ← اس

س ن ← جذر

٢ عدد سالب

$أ^{-٢} = \frac{١}{أ^{٢}}$

$\frac{١}{ك^{٤}} = ك^{-٤}$ بسط ← $\boxed{}$ معامل

$\frac{٥}{ك^{٣}} = ٥ك^{-٣}$

٢ عدد موجب

$أ^{٤} = أ × أ × أ × أ$

$٥^{٣} = ٥ × ٥ × ٥$

تذكير:

$س^{م} × س^{ن} = س^{م+ن}$

$\frac{س^{م}}{س^{ن}} = س^{م-ن}$

$س^{٠} = ١$

$س^{١} = س$

$س^{-أ} = \frac{١}{س^{أ}}$ هو ✓

$٥ = ٥^{١} = ٥^{③} × ٥^{(-٢)}$

$٦^{٤} × ٧^{-٢} =$ لا يمكن استخدام جمع اسس.

$س^{ⓜ} ⓧ س^{ⓝ} = س^{م+ن}$

× ← +

* اللوغاريتم :

← هو القوة أو الأس (س) الذي نرفع إليه عدد آخر حيث ص = $\text{أ}^{\text{س}}$ أ هي أساس اللوغاريتم

← رمز اللوغاريتم (لو)

* الفرق بين الصيغة الأسية والصيغة اللوغاريتمية

• الصيغة الأسية

$$\overset{\text{عدد}}{\text{ص}} = \underset{\text{اساس}}{\text{أ}}^{\overset{\text{اس}}{\text{س}}}$$

• الصيغة اللوغاريتمية

$$\underset{\text{اس}}{\text{س}} = \text{لو}_{\underset{\text{اساس}}{\text{أ}}}\,\overset{\text{عدد}}{\text{ص}}$$

اسية ← لوغارتمية

قواعد:

- إذا كان $\text{ص} = \text{أ}^{\text{س}}$ ، فإن $\text{س} = \text{لو}_{\text{أ}}\,\text{ص}$ ✓
- إذا كان $\text{أ}^{١} = \text{أ}$ ، فإن $\text{لو}_{\text{أ}}\,\text{أ} = ١$ $\text{لو}_{-٣}\,{-٣} = ١$ ✓
- إذا كان $\text{أ}^{٠} = ١$ ، فإن $\text{لو}_{\text{أ}}\,١ = ٠$ ✓
- $\text{لو}_{\text{أ}}\,\text{أ}^{\text{س}} = \text{س}$

توأم

$\boxed{١}$

متشابهات

$\boxed{\text{أساس و الناتج}}$

$\text{لو}_{\text{أ}}\,\text{أ} = ١$

٠

$\text{لو}_{\text{أ}}\,١ = ٠$

$\text{لو}_{٤}\,١ = ٠$

أس

$\text{لو}_{\text{أ}}\,\text{أ}^{٢} = ٢$

$\text{لو}_{\text{أ}}\,\text{أ}^{-١} = -١$

- $\text{لو}_{\text{أ}}\,\frac{١}{\text{أ}} = \text{لو}_{\text{أ}}\,\text{أ}^{-١} = -١$ ✓
- $\text{أ}^{\text{لو}_{\text{أ}}\,\text{س}} = \text{س}$
- إذا كان $\text{لو}_{\text{أ}}\,\text{س} = \text{لو}_{\text{أ}}\,\text{ص}$ فإن

$$\text{س} = \text{ص}$$

$\text{لو}_{م}$ س = م

✱ قواعد الأساس

- لايمكن اساس اللوغاريتم أن يكون سالباً
- لا يمكن اساس اللوغاريتم أن يكون صفراً .

$\text{لو}_{١}$ ×

$\text{لو}_{٠}$ ×

✱ التحويل من الصيغة الأسية إلى الصيغة اللوغاريتمية .

- حول $٤^{\frac{٣}{٢}} = ٨$ إلى اصيغة لوغارتيمية

⟵ $\text{لو}_{٤}\ ٨ = \frac{٣}{٢}$

$٤^{\boxed{س}} = \boxed{١٦}$

$\text{لو}_{\boxed{٤}}\ ١٦ = س$

اسية (الشارع)

$٤^{٢} = ١٦$

$\text{لو}_{٥}\ ٢٥ = ٢$

$٥^{٢} = ٢٥$

أ منفعة أ مقبلة أنوهة

✱ العكس : لو ⟵ اسية

- $\text{لو}\ (س - ١) = -٢$

$١٠^{-٢} = س - ١$

- $لو_{٣} \frac{١}{٩} = س$

$٣^{س} = \frac{١}{٩}$

سبع مثال :

- إذا علمت أن $لو_{٢} ١١ \approx ٣,٤٦$ فأوجد $لو_{٢} ١٢١$ التقريبية :

$لو_{٢} ١١ \approx \underline{٣,٣٦}$

فالحسابة $\frac{\log 11}{\log 2}$

$\boxed{١١ = ٢^{٣,٣٦}}$

أوجد $\boxed{لو_{١١} ١٢١ = ٢}$

$١١^{٢} = ١٢١$

$= (٢^{٣,٣٦})^{٢}$

دبل

١ س

(نستخدم من ب)

$= ٢^{٣,٣٦ \times ٢} = ٢^{٦,٧٢}$ ✓

تمارين

تمارين ٦-١

١) حوّل كلًا من الآتي من الصيغة الأسّية إلى الصيغة اللوغاريتمية: $\text{لو}_{١٠} ١٠٠٠٠ = ٤$

صيغة اسية ← لوغارتيمة

- أ) $٤^{٣} = ٦٤$ ب) $١٠^{٤} = ١٠٠٠٠$ ج) $٣^{٧} = ٢١٨٧$
- د) $١٦^{\frac{١}{٢}} = ٤$ $\text{لو}_{١٦} ٤ = \frac{١}{٢}$ هـ) $٢^{-٥} = \frac{١}{٣٢}$ $\text{لو}_{٢} \frac{١}{٣٢} = -٥$ و) $٨^{\frac{٢}{٣}} = ٤$ $\text{لو}_{\boxed{٨}} \boxed{٤} = \frac{٢}{٣}$

٢) حوّل كلًا من الآتي من الصيغة اللوغاريتمية إلى الصيغة الأسّية:

- أ) $\text{لو}_{٧} ٤٩ = ٢$ ب) $\text{لو}_{١٠} ٠,١ = -١$ ج) $\text{لو}_{٢} ٦٤ = ٦$
- د) $\text{لو}_{٢٧} ٣ = \frac{١}{٣}$ $٢٧^{\frac{١}{٣}} = ٣$ هـ) $\text{لو}_{٤} ٨ = ١,٥$ $٤^{١,٥} = ٨$ و) $\text{لو}_{٨} ٤ = \frac{٢}{٣}$ $٨^{\frac{٢}{٣}} = ٤$

٣) حدّد ما إذا كانت كلٌ من العبارات الآتية صحيحة أم خاطئة:

- أ) $\text{لو}_{٤} ١٦ = ٢$ ب) $\text{لو}_{٢} ٢٠ = ١٠$ ج) $\text{لو}_{٢} ١٦ = ٤$
- د) $\text{لو}_{٧} ٤٩ = ٢$ هـ) $\text{لو}_{١٦} ٤ = ٢$ و) $\text{لو}_{٦} ٣٦ = \frac{١}{٢}$ ✗ $٩^{\frac{٣}{٢}} = ٢٧$
- ز) $\text{لو}_{١٢٥} ٥ = \frac{١}{٣}$ ح) $\text{لو}_{١٠} \frac{١}{١٠٠} = -٢$ $١٠^{-٢} = \frac{١}{١٠٠}$ ط) $\text{لو}_{٩} ٢٧ = \frac{٣}{٢}$
- ي) $\text{لو}_{٦٤} ١٦ = -\frac{٢}{٣}$ ك) $\text{لو}_{٢} \frac{١}{٨} = -٣$ ل) $\text{لو}_{٢} ٠,٢٥ = -٢$

٤) أوجِد قيمة كلًا مما يلي:

- أ) $\text{لو}_{٣} ٢٧$ ب) $\text{لو}_{٥} ٢٥$ ج) $\text{لو}_{٧} \frac{١}{٧}$
- د) $\text{لو}_{١٠٠} ١٠$ هـ) $\text{لو}_{٠,٥} ٨$ و) $\text{لو}_{٨} \frac{١}{٢}$

٥) انسخ الجدول الآتي وأكمله:

الصيغة الأسّية	$٢^{٤} = ١٦$		$٣^{-٢} = \frac{١}{٩}$		$\left(\frac{٢}{٣}\right)^{-٣} = \frac{٢٧}{٨}$
الصيغة اللوغاريتمية		$\text{لو}_{١٠} ١٠٠٠ = ٣$		$\text{لو}_{٩} ٣ = \frac{١}{٢}$	

٦) إذا علمت أن $\text{لو}_{٢} ٥ \approx ٢,٣٢٢$، فأوجد القيمة التقريبية لـ $\text{لو}_{٢} ١٢٥$.

٧) إذا علمت أن $\text{لو}_{٢} ١٠٠ \approx ٤,١٩٢$، فأوجد القيمة التقريبية لـ $\text{لو}_{٢} ١٠$.

$\boxed{لو_{٢}\,٥ \approx ٢,٣٢٢}$ ★ ← أوجد $لو_{٢}\,١٢٥ = ٦,٩٦ \approx ٧$

$\boxed{٢^{٢,٣٢٢} = ٥} = \boxed{٥}^{٣} = ١٢٥$

$= (٢^{٢,٣٢٢})^{٣}$

$= ٢^{٣ \times ٢,٣٢٢} = \boxed{٢^{٦,٩٦}}$

$لو_{١٠}\,١٠ = ١$ $لو_{١٠}\,١ = ٠$

$لو\,١٠^{س} = س$

$لو ١ = ٠$

$لو ١٠ = ١$

* اللوغاريتمات ذات الأساس ١٠ (اللوغاريتم الاعتيادي)

* تعرف اللوغاريتمات العشرية باللوغاريتمات الاعتيادية وقد تكتب بهذه الطريقة

$لو_{١٠} س$ ، $\boxed{لو س}$

* مفتاح اللوغاريتم فالحاسبة

$\boxed{\log_{10}}$ ، $\log$ ، lg

⇐ مثال :

١. أوجد قيمة $لو\left(\frac{٢٠٠٠ \times ٠٫٠٤}{٢^{٣} \times ٢٥}\right)$

$\underline{٨ \times ٢٥)}$

$لو\left(\frac{١\cancel{٠}\cancel{٠}}{١٠\cancel{٠}\cancel{٠}}\right)$

$لو\left(\frac{١}{١٠}\right) = -١$

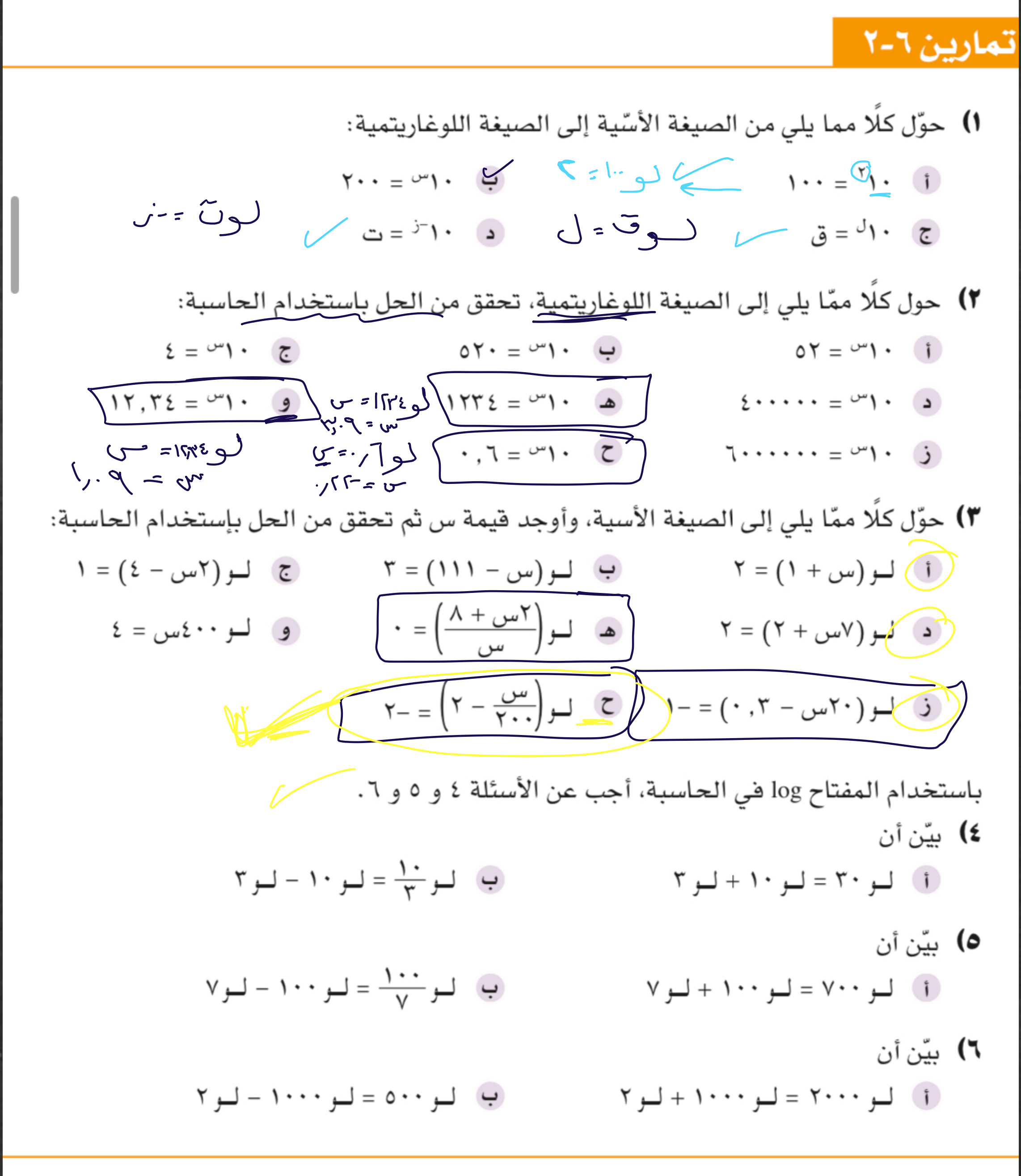
١٠

$س^{-٥} = \frac{١}{س^{٥}}$

$\boxed{١٠^{-١}} = \frac{١}{١٠}$

$\frac{١}{س^{٢}} = س^{-٢}$

تمارين



تمارين ٦-٢

١) حوّل كلًا مما يلي من الصيغة الأسّية إلى الصيغة اللوغاريتمية:

أ $١٠^{②} = ١٠٠$ لو١٠٠ = ٢ **ب** ✓ $١٠^{س} = ٢٠٠$

ج $١٠^{ل} = ق$ ✓ لوق = ل **د** $١٠^{-ز} = ت$ ✓ لوت = -ز

٢) حول كلًا ممّا يلي إلى الصيغة اللوغاريتمية، تحقق من الحل باستخدام الحاسبة:

أ $١٠^{س} = ٥٢$ **ب** $١٠^{س} = ٥٢٠$ **ج** $١٠^{س} = ٤$

د $١٠^{س} = ٤٠٠٠٠٠$ **هـ** $\boxed{١٠^{س} = ١٢٣٤}$ **و** $\boxed{١٠^{س} = ١٢,٣٤}$

لو١٢٣٤ = س

س = ٣,٠٩

ز $١٠^{س} = ٦٠٠٠٠٠٠$ **ح** $\boxed{١٠^{س} = ٠,٦}$

لو٦,٠ = س

س = ٠,٢٢-

لو١٢٣٤ = س

س = ١,٠٩

٣) حوّل كلًا ممّا يلي إلى الصيغة الأسية، وأوجد قيمة س ثم تحقق من الحل بإستخدام الحاسبة:

أ لـو(س + ١) = ٢ **ب** لـو(س − ١١١) = ٣ **ج** لـو(٢س − ٤) = ١

د لـو(٧س + ٢) = ٢ **هـ** $\boxed{\text{لـو}\left(\frac{٢س + ٨}{س}\right) = ٠}$ **و** لـو٤٠٠س = ٤

ز $\boxed{\text{لـو}(٢٠س − ٠,٣) = -١}$ **ح** $\boxed{\text{لـو}\left(\frac{س}{٢٠٠} − ٢\right) = -٢}$

باستخدام المفتاح log في الحاسبة، أجب عن الأسئلة ٤ و ٥ و ٦.

٤) بيّن أن

أ لـو٣٠ = لـو١٠ + لـو٣ **ب** $\text{لـو}\frac{١٠}{٣} = \text{لـو}١٠ − \text{لـو}٣$

٥) بيّن أن

أ لـو٧٠٠ = لـو١٠٠ + لـو٧ **ب** $\text{لـو}\frac{١٠٠}{٧} = \text{لـو}١٠٠ − \text{لـو}٧$

٦) بيّن أن

أ لـو٢٠٠٠ = لـو١٠٠٠ + لـو٢ **ب** لـو٥٠٠ = لـو١٠٠٠ − لـو٢

$$\text{هـ} = \text{لو}_{١٠}\left(\frac{٢س + ٨}{س}\right) = ٠$$

$$١٠^{٠} = \frac{٢س + ٨}{س}$$

$$\frac{١}{١} = \frac{٢س + ٨}{س}$$

$$٢س + ٨ = س$$

$$٢س - س = -٨$$

$$١س = -٨$$

$$\boxed{س = -٨}$$

$$\text{ر)}\quad \text{لو}_{١٠}(٠٫٢س - ٠٫٣) = -١$$

← تحويل لصيغة اسية

$$١٠^{-١} = ٠٫٢س - ٠٫٣$$

$$٠٫١ = ٠٫٢س - ٠٫٣$$

$$٠٫١ + ٠٫٣ = ٠٫٢س$$

$$\frac{٠٫٤}{٠٫٢} = \frac{\cancel{٠٫٢}س}{\cancel{٠٫٢}}$$

$$س = ٢٫٠$$