* الوحدة السابعة .
. المصفوفات

الدرس الأول : رتبة المصفوفة وانواع المصفوفات

* المصفوفة : هي ترتيب العناصر في شكل اعمدة وصفوف داخل أقواس . يرمز لها بـ أي حرف وتحته شرطة

* رتبة المصفوفة : هو عبارة عن (ص) × (ع) = ٢ × ٣
(ص) ← صف ، (ع) ← عمود

مثال : $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٥ & ٣ & -١ \\ ب & ٠ & ٤ \end{bmatrix}$

كل عدد في المصفوفة يسمى عنصر

$\underline{أ}$ مصفوفة رتبتها ٢ × ٣ (صف × عمود)

* اوجد رتبة كل من المصفوفات التالية :

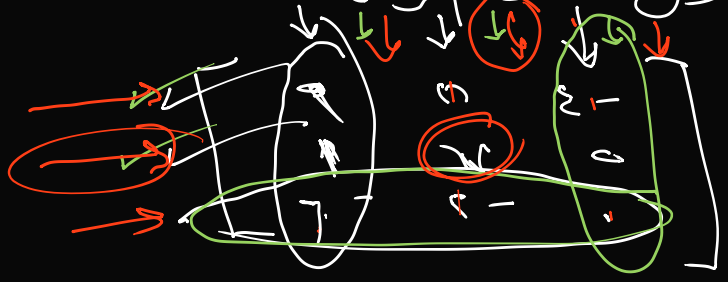
$\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٤ & ١ \\ ١ & ١ \end{bmatrix}$ ← مصفوفة ، $٢ \times ٢ =$

$\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٤ \\ ٢ \end{bmatrix}$ ← $١ \times ٢ =$

$\underline{جـ} = \begin{pmatrix} ٤ & ٥ & -٩ \end{pmatrix}$ ← ١×٣

$\underline{د} = \begin{pmatrix} ١ \\ -٣ \\ ٤ \end{pmatrix}$ ← $١ \times ٣ =$

← إيجاد موقع العناصر في:



← موقع العدد ٢ ؟! في الصف الثاني والعمود الأول

← من هو العنصر في الصف الثالث والعمود الثالث ؟! ٦-

← من هو العنصر في الصف الثالث والعمود الأول ؟!

← موقع العدد ٤ ؟! في الصف ٢ والعمود ٢

← موقع العدد ١ ؟! في الصف ٢ والعمود ٣

★ أنواع المصفوفات :

① المصفوفة الصفية :

← هي التي يكون فيها صف واحد وأعمدة متعددة .

مثال : أ = (١ ٤ ٢ ٠ ٣)

② المصفوفة العمودية :

← هي التي يكون فيها عمود واحد وأصف متعددة

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} = أ$$

③ المصفوفة المربعة :

← يعني عدد الصفوف = عدد الأعمدة

رتبة = □ × □ ← رتبة

$$ب = \begin{pmatrix} 1- & 2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$$ (2 × 2)

$$أ = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$ (3 × 3)

④ المصفوفة الصفرية :

← يمكن أن تكون رتبة لكن عناصرها كلها صفر

أي

$$ن = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

⑤ المصفوفات المتساوية :

← يعني مصفوفتين بشرط :

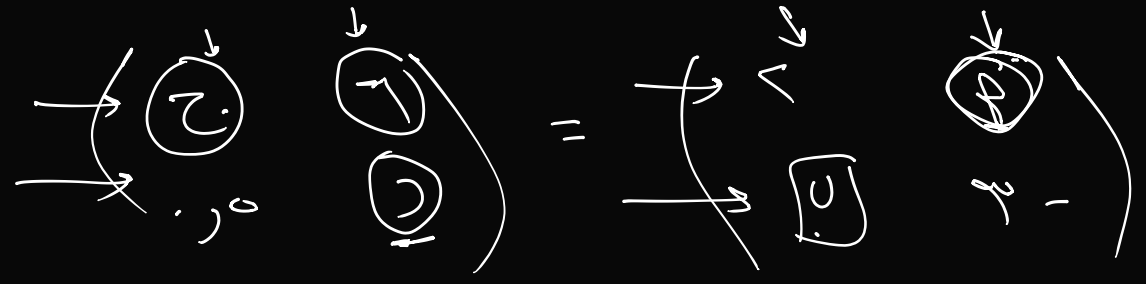
١- عناصر متشابهة

٢- نفس الرتبة

مصفوفة

(2 × 2)

2×2



أوجد $أ$ ، $ب$ ، $ج$ ، $د$

$أ = ٦$ ، $ب = ٢$ ، $ج = ٢$

هل يمكن $\begin{pmatrix} ٤ & -٣ \\ ١ & ٣ \end{pmatrix}$ تساوي $\begin{pmatrix} ٤ & ٠ \\ ١ & ٣ \end{pmatrix}$ ؟!

$٤ \times ٣ - ١ \times -٣$ ، $٤ \times ٣ - ١ \times ٠$

لا عناصر ≠ كل عنصر

التمارين :

المصفوفة $أ$ مصفوفة مربعة وصفرية. أوجد قيمتي س ، ص.

$$أ = \begin{pmatrix} س - ٩ & ٠ \\ ٣ص + ٦ & ٠ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٠ & ٠ \\ ٠ & ٠ \end{pmatrix}$$

مربعة ← عدد صفوف = عدد الأعمدة

$س - ٩ = ٠$

$س = ٩$

$٣ص + ٦ = ٠$

$٣ص = -٦$

$ص = -٢$

أوجد رتبة ونوع كل من المصفوفات التالية :

$ل = (0 \quad 0 \quad 0)$

رتبة = 1×3

نوع = صفرية ، صفية

$ف = \begin{pmatrix} 6 \\ -5 \\ 4 \end{pmatrix}$

رتبة = 3×1 (صف)

نوع = عمودية

$ر = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$

رتبة = 2×2

نوع = مربعة

← كيفية ايجاد عدد العناصر :

← عدد العناصر = عدد الصفوف × عدد الأعمدة

← كم عنصر في المصفوفة ب :

$ب = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -3 & 7 \\ 5 & 0 & 4 & -4 \\ 6 & 1 & 2 & 7 \end{pmatrix}$

رتبة = 4×4

= 16 ← عدد عناصر

$م = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

كم عنصر موجود ← 4 عناصر

رتبة المصفوفة : 2×2

عدد عناصر = 4

← مصفوفة مربعة والرتبة كم = عدد العناصر

$\frac{\text{عدد عناصر}}{\text{رتبة}} = \frac{4 \times 4}{4} = 4$ عدد عناصر

١) أجب عن الأسئلة الآتية باستخدام المصفوفات المعطاة.

$$\underline{أ} = \begin{pmatrix} ٧ & -١ \\ ٥ & ٣ \end{pmatrix}، \quad \underline{ب} = \begin{pmatrix} ٦ \\ ١ \end{pmatrix}، \quad \underline{ج} = (-٤ \quad ٩)، \quad \underline{د} = \begin{pmatrix} ٣ & ١ & -٤ \\ ٨ & -٢ & ٠ \end{pmatrix}، \quad \underline{هـ} = (٠ \quad ٠ \quad ٠)، \quad \underline{و} = \begin{pmatrix} ١ \\ -٣ \\ ٤ \end{pmatrix}$$

أ ما نوع $\underline{هـ}$؟

ب ما نوع المصفوفة $\underline{أ}$؟

ج أي المصفوفات مصفوفة عمودية؟

د ما المشترك بين المصفوفة $\underline{أ}$ والمصفوفة $\underline{د}$؟

هـ ما هي رتبة كل مصفوفة؟

و ما هو العنصر في الصف الثاني والعمود الثاني من المصفوفة $\underline{و}$؟

ز صِف موقع العنصر ٣ في المصفوفة $\underline{أ}$

٢) المصفوفتان $\underline{ل} = \begin{pmatrix} أ + ٧ & ١٢ \\ ٩ & ب - ٤ \end{pmatrix}$، $\underline{ن} = \begin{pmatrix} ٨ & -٣ج \\ ٢د - ١ & ٩ \end{pmatrix}$ متساويتان. أوجد قيم أ، ب، ج، د.

٣) المصفوفتان $\begin{pmatrix} ٢س - ٣ \\ ٧ - ٤ص \end{pmatrix}$، $\begin{pmatrix} س + ٣ \\ ٩ - ٨ص \end{pmatrix}$ متساويتان. أوجد قيمتي س، ص.

٤) إذا علمت أن المصفوفة $\begin{pmatrix} ٢١ - ٣ل & ٠ \\ ٠ & ١٠ + ٥ق \end{pmatrix}$ مصفوفة مربعة صفرية، فأوجد قيمتي ل، ق.

٥) أ في المصفوفة $\underline{ل}$: ٨ صفوف، ٩ أعمدة. ما عدد العناصر في المصفوفة $\underline{ل}$؟

ب في المصفوفة $\underline{ن}$: ٢٨ عنصرًا مرتبة في ٤ صفوف. ما عدد الأعمدة في المصفوفة $\underline{ن}$؟

ج في المصفوفة $\underline{ر}$: ٤٩ عنصرًا. ماذا يمكن أن يكون نوع المصفوفة $\underline{ر}$؟ اشرح إجابتك.

حل سؤال (٣)

$$\begin{pmatrix} ٢ب-٢ & د \\ ٩ & ١-٥ج \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ١٨ & ٧+٩ \\ ٤-٧ & ٩ \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} ٢ب-٢ = ١٨ \\ ٢ب = ٢٠ \\ ب = ١٠ \end{cases} \quad \begin{cases} د = ٧+٩ \\ د = ١٦ \end{cases} \quad \begin{cases} ٩ = ١-٥ج \\ ٥ج = ١٠ \\ ج = ٢ \end{cases}$$

(٣) المصفوفتان $\begin{pmatrix} ٢س - ٣ \\ ٧ - ٤ص \end{pmatrix}$ ، $\begin{pmatrix} س + ٣ \\ ٩ - ٨ص \end{pmatrix}$ متساويتان. أوجد قيمتي س، ص.

$$\begin{cases} ٢س - ٣ = س + ٣ \\ س = ٦ \end{cases} \quad \begin{cases} ٧ - ٤ص = ٩ - ٨ص \\ ٤ص = ٢ \\ ص = \frac{١}{٢} \end{cases}$$

✱ جمع وطرح المصفوفات:

$$\begin{pmatrix} أ & ب \\ ج & د \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ه & و \\ ز & ح \end{pmatrix}$$

نفس رتبة

← عند جمع المصفوفتين أو طرحهما يجب أن يكون كل عنصر مع نظيره.

لم شرط اساسي (نفس الرتبة)

$$\begin{pmatrix} أ+ه & ب+و \\ ج+ز & د+ح \end{pmatrix} = (أ+ه) + (ب+و)$$

$$\begin{pmatrix} أ-ه & ب-و \\ ج-ز & د-ح \end{pmatrix} = (أ-ه) - (ب-و)$$

مثال:

$$\underline{أ} = \begin{pmatrix} ٩ & ٥ & ٤ \\ ٦ & ١ & ٣ \end{pmatrix}, \quad \underline{ب} = \begin{pmatrix} ٣ & ١ & -٣ \\ ٤ & ٥ & ١ \end{pmatrix}$$

أوجد:

$$\underline{أ} + \underline{ب} = \begin{pmatrix} ٩+٣ & ٥+١ & ٩+(-٣) \\ ٦+٤ & ١+٥ & ٦+١ \end{pmatrix}$$

$$\underline{ب} + \underline{أ} = \begin{pmatrix} ٣+٩ & ١+٥ & -٣+٩ \\ ٤+٦ & ٥+١ & ١+٦ \end{pmatrix}$$

$$\underline{أ} + \underline{ب} = \underline{ب} + \underline{أ}$$

عملية تبادلية

$$\underline{أ} - \underline{ب} \neq \underline{ب} - \underline{أ}$$

لا تتساوى

$$٩-٣ \neq ٣-٩ \quad \text{(لا)}$$

$$٥-١ \neq ١-٥ \quad \text{(لا)}$$

$$٩-(-٣) \neq -٣-٩ \quad \text{(لا)}$$

$$٦-٤ \neq ٤-٦ \quad \text{(لا)}$$

$$١-٥ \neq ٥-١ \quad \text{(لا)}$$

$$٦-١ \neq ١-٦ \quad \text{(لا)}$$

تمارين ٧-٢

١) أوجد مصفوفة الناتج إن أمكن:

أ $\begin{pmatrix} ٧ \\ ٥- \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ٥- \\ ٧ \end{pmatrix}$

ب $(٨ \quad ١١) - ٣(٤ \quad ٣-) + (١ \quad ١٠-)$

ج $\begin{pmatrix} ١٠ \\ ٩- \end{pmatrix} (٩ \quad ٢٠)$

د $\begin{pmatrix} ٤ & ٢ \\ ٤- & ١ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ٥ & ٦- \\ ٧ & ٣ \end{pmatrix}$

هـ $\begin{pmatrix} ١,٥ & ٣,٥ \\ ٦,٣- & ٨,١ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ٢,٨ & ٤,٢ \\ ٠,٧- & ١,٧- \end{pmatrix}$

و $\begin{pmatrix} ١ & ٥- \\ ٧ & ١٠ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} ٥- \\ ٠ \end{pmatrix}$

ز $\begin{pmatrix} ٠,٦ & ٢- \\ ٢,٧- & ٠ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} ١,٩- & ١,٧ \\ ٠,٥ & ٠,٢- \end{pmatrix}$

٢) إذا علمت أن $\begin{pmatrix} ١١ & ٨ \\ ٦- & ٩- \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} أ \\ ج \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ب + ٢ \\ ٢د \end{pmatrix}$، $\begin{pmatrix} ٨ & ٨ \\ ٩ & ٧ \end{pmatrix}$، فأوجد قيم أ، ب، ج، د.

٣) إذا علمت أن $\begin{pmatrix} ل & ٥- \\ ١٧ & ٣ر - ٤ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} ٧ & ق \\ ت + ٩ & ١٥ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٣ & ٦- \\ ٢ & ٥- \end{pmatrix}$، فأوجِد قيم ل، ق، ر، ت.

٤) إذا علمت أن $أ = \begin{pmatrix} ٢ & ٣- \\ ١ & ٤ \end{pmatrix}$، $ب = \begin{pmatrix} ١٢ & ١٨ \\ ١٣ & ٧ \end{pmatrix}$

فأوجِد كل مصفوفة من المصفوفتين الآتيتين:

أ $أ + أ$

ب $ب + ب + ب - أ$

٥) لدينا المصفوفتان $ل = \begin{pmatrix} ١٥ & ١٢ \\ ٩- & ٢١ \end{pmatrix}$ ، $ن = \begin{pmatrix} أ & ب \\ ٢ج & ٤د \end{pmatrix}$، كما لدينا $ل + ل - ن = \begin{pmatrix} ١٠ & ١٠ \\ ٥٠ & ٢٠ \end{pmatrix}$

أوجِد قيم أ، ب، ج، د.

٤) إذا علمت أن $\begin{bmatrix} ل & -٥ \\ ١٧ & ٣ر - ٤ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٧ & ق \\ ت + ٩ & ١٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣ & -٦ \\ ٢ & -٥ \end{bmatrix}$، فأوجِد قيم ل، ق، ر، ت.

$ل + ٧ = -٦$

$ل = -١$

$-٥ - ق = ٣$

$-٥ - ٣ = ق$

$ق = -٨$

$٣ر - ٤ - ٥ = ٢$

$٣ر - ١٩ = ٢$

$٣ر = ٢١$

$ر = ٧$

$١٧ - ٩ - ت = -٥$

$١٧ - ٩ + ٥ = ت$

$ت = ١٣$

٥) لدينا المصفوفتان $ل = \begin{bmatrix} ١٥ & ١٢ \\ ٢١ & -٩ \end{bmatrix}$ ، $ن = \begin{bmatrix} أ & ب \\ ٢ج & ٤د \end{bmatrix}$، كما لدينا $ل + ل - ن = \begin{bmatrix} ١٠ & ١٠ \\ ٥٠ & ٢٠ \end{bmatrix}$

أوجِد قيم أ، ب، ج، د.

$ل + ل - ق$

$٢ل - ق = \begin{pmatrix} ١٠ & ١٠ \\ ٥٠ & ٢٠ \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} ١٠ & ١٠ \\ ٥٠ & ٢٠ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ١٥ & ١٢ \\ ٢١ & -٩ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} أ & ب \\ ٢ج & ٤د \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} ١٠ & ١٠ \\ ٥٠ & ٢٠ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٥ & ٦ \\ ٢١ & -٩ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} ٢٤ & ٣٠ \\ ٤٢ & -١٨ \end{pmatrix}$

$٣٠ - ٦ = ١٠$

$٣٠ - ١٠ = ٦$

$٦ = ٢٠$

$٢٤ - ٥ = ب$

$٢٤ - ١٠ = ب$

$ب = ١٤$

$-١٨ - ٢ج = ٢٠$

$-١٨ - ٢٠ = ٢ج$

$\frac{-٣٨}{٢} = \frac{٢ج}{٢}$

$ج = ١٩$

$٤٢ - ٤د = ٥٠$

$٤٢ - ٥٠ = ٤د$

$\frac{-٨}{٤} = \frac{٤د}{٤}$

$د = -٢$