

* ضرب المصفوفات

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

ضرب مقياسي

الضرب القياسي :

هو ضرب عدد في مصفوفة

$$\begin{pmatrix} 2 \times P & 2 \times P \\ P & P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

مثال:

دائما يكون على تحديد المصفوفة

$$\begin{pmatrix} 2 & P \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & P \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & P \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & P \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

مثال:

$$\begin{pmatrix} 2 & P & P \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & P & P \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 11 \\ 0 \\ 24 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \times 7 \\ 1 \times 7 \\ 2 \times 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 28 \\ 7 \\ 14 \end{pmatrix}$$

مثال:

$$\begin{pmatrix} 1 \times 3 & 1 \times 3 \\ 2 \times 3 & 2 \times 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 6 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

لدينا المصفوفتان $S = \begin{pmatrix} 6 & -1 & 4 \end{pmatrix}$ ، $V = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -7 \end{pmatrix}$ أوجد المصفوفة

أ $S^3 + V^2$

ب $\frac{1}{2}S - V^3$

$$\begin{pmatrix} 6 & -1 & 4 \\ 6 & -1 & 4 \\ 6 & -1 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 0 & -7 \\ 3 & 0 & -7 \\ 3 & 0 & -7 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 12 & -2 & 8 \\ 12 & -2 & 8 \\ 12 & -2 & 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 9 & 0 & -21 \\ 9 & 0 & -21 \\ 9 & 0 & -21 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 21 & -2 & -13 \\ 21 & -2 & -13 \\ 21 & -2 & -13 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 21 & -2 & -13 \\ 21 & -2 & -13 \\ 21 & -2 & -13 \end{pmatrix}$$

ب) $\frac{1}{2}S - V^3$

$$= \begin{pmatrix} 3 & -0.5 & 2 \\ 3 & -0.5 & 2 \\ 3 & -0.5 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 27 & 0 & -343 \\ 27 & 0 & -343 \\ 27 & 0 & -343 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -24 & -0.5 & -341 \\ -24 & -0.5 & -341 \\ -24 & -0.5 & -341 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -24 & -0.5 & -341 \\ -24 & -0.5 & -341 \\ -24 & -0.5 & -341 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -24 & -0.5 & -341 \\ -24 & -0.5 & -341 \\ -24 & -0.5 & -341 \end{pmatrix}$$

إذا كان $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} = \underline{U} \begin{pmatrix} 13 & 7 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \underline{V} \begin{pmatrix} 27 & 51 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ ، أوجد القيم ف، س، ص، غ. (ف س غ ص)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} = \underline{U} \begin{pmatrix} 13 & 7 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \underline{V} \begin{pmatrix} 27 & 51 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

Handwritten work showing the decomposition process:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 13 & 7 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 27 & 51 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

Handwritten calculations for finding U and V:

$$\begin{aligned} U &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 13 & 7 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^{-1} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & -7 \\ -3 & 13 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 4 & -7 \\ -3 & 13 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 27 & 51 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}^{-1} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -51 \\ -4 & 27 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 3 & -51 \\ -4 & 27 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

٥ ا) أوجد قيمتي س، ص إذا كان $\begin{pmatrix} 16 \\ 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ ص \end{pmatrix} \cdot ٤ + \begin{pmatrix} ٢س \\ ٧ \end{pmatrix}$

ب) أوجد قيم أ، ب، ج إذا كان $\frac{1}{٢} (أ - ٨ - ١٢) - (٩ - ب - ٣ج) = (٢١ \cdot ٠ \cdot ٢)$

ج) أوجد قيم ل، ق، ر، ز إذا كان $\begin{pmatrix} ٣ & ٥ \\ ٤ & ١٥ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ١ & ٦ \\ ٢- & ر \end{pmatrix} \cdot ٢ - \begin{pmatrix} ١٣- & ق \\ ٩ & ز \end{pmatrix}$

٦) في المصفوفات $\begin{pmatrix} ٦- & ٩ \\ ٥ & د \end{pmatrix} = \underline{غ} \cdot \begin{pmatrix} ١٥ & ٤ \\ ج & ٣- \end{pmatrix} = \underline{ص} \cdot \begin{pmatrix} ب & أ \\ ٨ & ٥- \end{pmatrix}$

أوجد قيم أ، ب، ج، د إذا كان $\begin{pmatrix} ٢٤ & ١١ \\ ٢ & ١٤- \end{pmatrix} \cdot ٢ = \underline{غ} \cdot ٢ - \underline{ص} \cdot ٣ + \underline{س} \cdot ٤$

الاجابة

٢) في المصفوفات المدرجة أدناه:

$$\begin{pmatrix} ٢ & ١٢ \\ ١٥- & ٦ \end{pmatrix} = \underline{و} \cdot \begin{pmatrix} ١ & ٦- \\ ٥- & ٠ \end{pmatrix} = \underline{هـ} \cdot \begin{pmatrix} ٧- & ٤ \\ ٢- & ٣ \end{pmatrix} = \underline{ز} \cdot \begin{pmatrix} ٨- \\ ١ \end{pmatrix} = \underline{ح} \cdot \begin{pmatrix} ٤ & ٠ \\ ١٢- & ٢ \end{pmatrix} = \underline{ب} \cdot \begin{pmatrix} ٣ \\ ٢- \\ ٩ \end{pmatrix} = \underline{ا} \cdot \begin{pmatrix} ٣ \\ ٢- \\ ٩ \end{pmatrix}$$

أوجد ناتج ما يلي إن أمكن:

ا) $\begin{pmatrix} ١١ \\ ٣- \\ ٢ \end{pmatrix} - ١٢$
 ب) $\begin{pmatrix} ١٣ & ٢- \\ ٩ & ٦- \end{pmatrix} + ٤٣$
 ج) $٥ + ٢ + ١$
 د) $١٣ + ٤٢$
 هـ) $٤٣ - ٥$
 و) $\begin{pmatrix} ١ \\ ٢ \end{pmatrix} + ٤ + ١$
 ز) $\frac{٢}{٣}$

٥) $\begin{pmatrix} ٦ & ١ \\ ٣ & ٤ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} ١ & ٤ \\ ٣ & ٤ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٥ & -٣ \\ ٠ & ٠ \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ٦ & ٦ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ٦ & ٦ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٢ & ٢ \\ ١٢ & ١٢ \end{pmatrix}$
 $\begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ٦ & ٦ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ٢ & ٢ \\ ٦ & ٦ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٣ & ٣ \\ ١٢ & ١٢ \end{pmatrix}$
 $\begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ٦ & ٦ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ٦ & ٦ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ٦ & ٦ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٣ & ٣ \\ ١٨ & ١٨ \end{pmatrix}$
 $\begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ٦ & ٦ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ٦ & ٦ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ٦ & ٦ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ٦ & ٦ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٤ & ٤ \\ ٢٤ & ٢٤ \end{pmatrix}$

ا) $\begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ٦ & ٦ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ٦ & ٦ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ٦ & ٦ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٣ & ٣ \\ ١٨ & ١٨ \end{pmatrix}$
 ب) $\begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ٦ & ٦ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ٦ & ٦ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ٦ & ٦ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ٦ & ٦ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٤ & ٤ \\ ٢٤ & ٢٤ \end{pmatrix}$
 ج) $\begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ٦ & ٦ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ٦ & ٦ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ٦ & ٦ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ٦ & ٦ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ٦ & ٦ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٥ & ٥ \\ ٣٠ & ٣٠ \end{pmatrix}$
 د) $\begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ٦ & ٦ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ٦ & ٦ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ٦ & ٦ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ٦ & ٦ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ٦ & ٦ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ٦ & ٦ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٦ & ٦ \\ ٣٦ & ٣٦ \end{pmatrix}$

تصح (نفس رتبة)
متراب

* ضرب مصفوفة بأخرى :

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 10 \end{pmatrix}$$

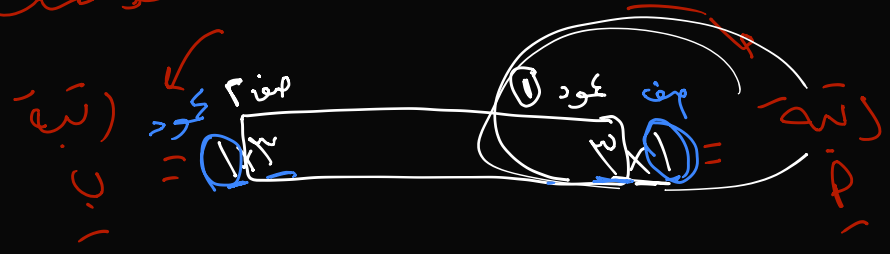
صف 1×3 = صف 3×3 = صف 3×3

كيفية مصفوفات
 $P \times B \neq B \times P$

في الرياضيات عند ضرب
وعند ضرب

لكن عند ضرب $P \times B \neq B \times P$

له عند الضرب يجب التأكد من



← عالية الضرب ← متراب صف في عمود

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 10 \end{pmatrix}$$



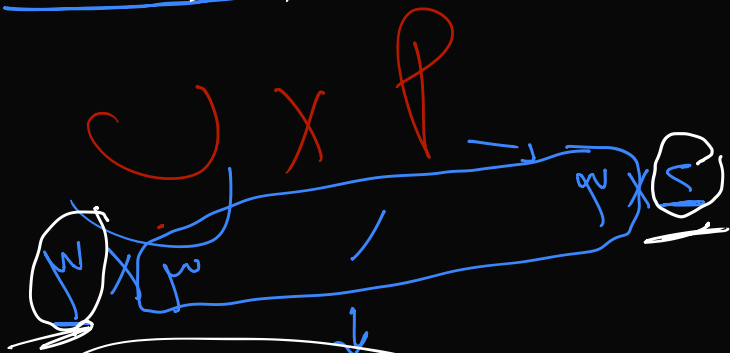
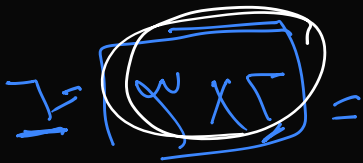
= B



= P

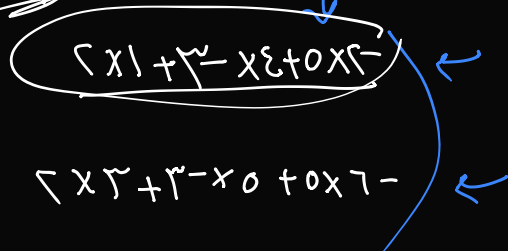
$$(1 \times 1 + 2 \times 0 + 3 \times 0) = 1$$

$$1 \times 1 = (9) =$$

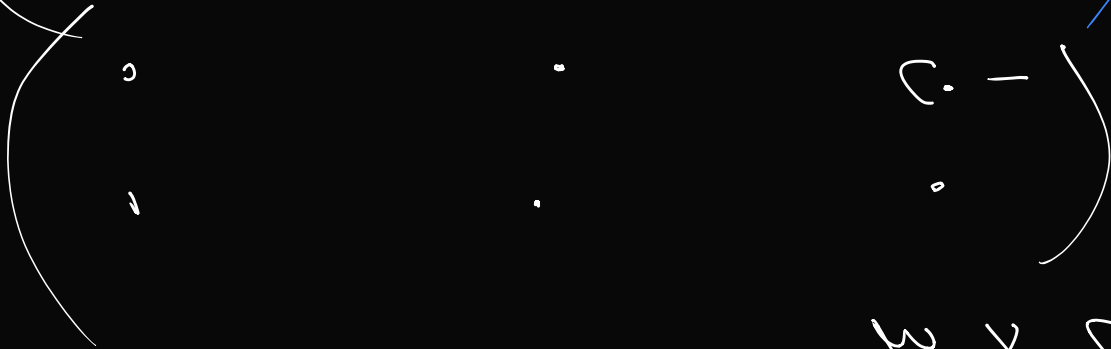


$3-x+0x3+1x5-$
 $4x+0x0+1-x7-$

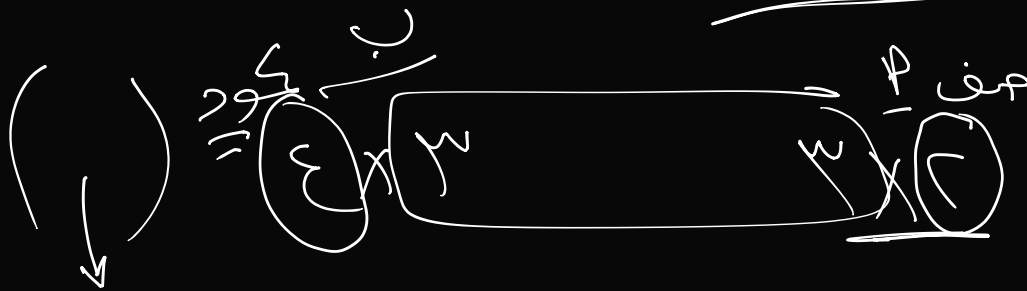
$9x1+7x3+5x7-$
 $9x3+7x0+7x7-$



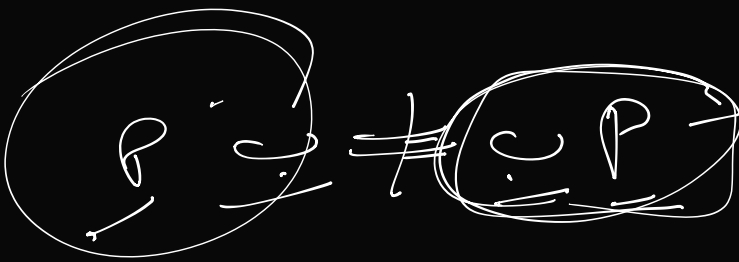
$= 0xP$



$3x3$



$3x3 =$



المصفوفتان المربعتان $\underline{غ}$ = $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ ، $\underline{ص}$ = $\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

أ أوجد الضرب $\underline{غ ص}$

ب أوجد الضرب $\underline{ص غ}$

ج بيّن أن $\underline{غ ص} - \underline{ص غ}$ ليست مصفوفة صفرية.

$$\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\underline{ص}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \underline{غ}$$

$$\underline{ص غ}$$

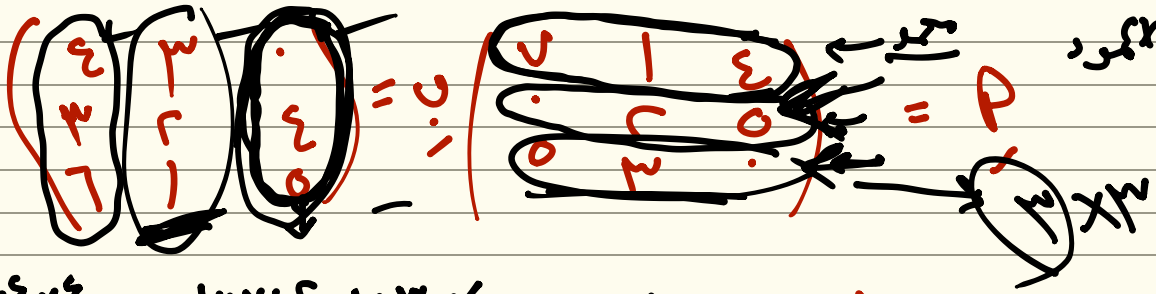
$$\begin{pmatrix} 2x + 3x & 1x + 2x \\ 1x + 2x & 1x + 2x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5x & 3x \\ 3x & 3x \end{pmatrix}$$

$$= \underline{ص غ}$$

$$\begin{pmatrix} 5x + 1x & 0x + 1x \\ 0x + 1x & 0x + 1x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6x & 1x \\ 1x & 1x \end{pmatrix}$$

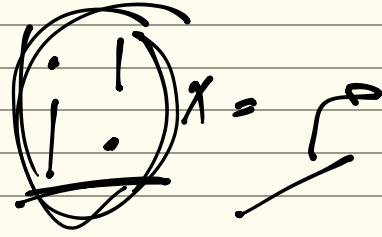
$$\begin{pmatrix} 6x & 1x \\ 1x & 1x \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 5x & 3x \\ 3x & 3x \end{pmatrix}$$

بهذا الشكل



$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$$



$P = \sum X P$ المجموعة الكلاسيكية (\sum) $\leftarrow \sum_{i=1}^n$

$$P = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \times P$$

$$P = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \times P$$

$$0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \times 0$$

$$7 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \times 7$$

$$2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \times 2$$

ملاحظة \leftarrow

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

* المصفوفة المحايدة

(من الرتبة $n \times n$)

له عند ضرب عدد في واحد يطالع نفس العدد
 لهذا المصفوفة المحايدة كما هي العربة
 في واحد

$$P \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = P$$

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot P$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

مصفوفة من اربعة

إذا كان $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a & b \\ -d & -j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$ فأوجد قيم أ، ب، ج، د.

$$\begin{pmatrix} 2+a & 1+b \\ 0+d & 3-j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2+a & 1+b \\ 0+d & 3-j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$$

$2+a = 7 \Rightarrow a = 5$
 $1+b = 4 \Rightarrow b = 3$
 $0+d = 1 \Rightarrow d = 1$
 $3-j = -3 \Rightarrow j = 6$

ب) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$ ، أوجد قيمتي ل، ق.

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-6 & 3-8 \\ 5-3 & 0-10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -5 \\ 2 & -10 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -5 \\ 2 & -10 \end{pmatrix}$$

$2-6 = -4$
 $3-8 = -5$
 $5-3 = 2$
 $0-10 = -10$