* اللوغاريتم الطبيعي : (اللوغاريتم الأساس هـ)

- يسمى (هـ) بالعدد النيبيري ويساوي
- هـ ≈ ٢,٧١٨ عدد غير نسبي

* ص = هـ^س ← الدالة الأسية الطبيعية

* لو_هـ ص = س ← اللوغاريتم الطبيعي

صغر ← هـ

لو_هـ ط ← لو ط

اللوغاريتم الطبيعي

لو ← ط

* س = لط ص

* فالآلة الحاسبة

إذا توجد e بكتب shift + أول سنة

ln

* لو_هـ هـ^س = س

* ط^س = س

* تبسيطات لـ ط :

$$ط^{1} = ط$$

$$ط^{0} = 1$$

$$ط^{2} = ط \times ط$$

$$ط^{3} = ط \times ط \times ط$$

$$ط^{4} = ط \times ط \times ط \times ط$$

$$ط^{5} = ط \times ط \times ط \times ط \times ط$$

$$ط^{ن} = ط \times ط \times ط \times \dots \times ط \quad (ن \text{ مرة})$$

$$ط^{2} = ط \times ط$$

$$ط^{3} = ط \times ط \times ط$$

$$ط^{ن} = ط \times ط \times ط \times \dots \times ط \quad (ن \text{ مرة})$$

← باستخدام الآلة الحاسبة: (اوجد):

أ) $\text{ق}(٢,٧١)^{٢} = ٧,٣٩$

ب) $\text{ق}^{-٥}(١,٦٥) = ٥$

زوجه حل المعادلة:

$\text{لو}_{٥}(٣س + ٤) = \text{لو}_{٥}٢١$

$٣س + ٤ = ٢١$

$٣س = ١٧$

$س = ٥,٦$

$\text{لو}_{٥}(٣س + ٤) = \text{لو}_{٥}(٣ - ٢س)$

$٣س + ٤ = ٣ - ٢س$

$٣س + ٢س = ٣ - ٤$

$٥س = -١$

$س = -٠,٢$

$\text{لو}_{٥}(٣س + ٤) = ٢$

$٣س + ٤ = ٢٥$

$٣س = ٢١$

$س = ٧$

$\text{لو}_{٥}(٣س + ٤) = ٣$

$٣س + ٤ = ١٢٥$

$٣س = ١٢١$

$س = ٤٠,٣$

$\text{لو}_{٥}(٣س + ٤) = ٤$

$٣س + ٤ = ٦٢٥$

$٣س = ٦٢١$

$س = ٢٠٧$

← $٣(١ + لو\,س) = ٦ + لو\,س$

$٣ + ٣\,لو\,س = ٦ + لو\,س$

$٣ + لو\,س^{٣} = ٦ + لو\,س$

$لو\,س^{٣} - لو\,س = ٦ - ٣$

$لو \frac{س^{٣}}{س} = ٣$ ← صيغة اسية

$١٠^{٣} = س^{٢}$ ← $س = ٣١,٦٢$ #

← اوجد كل قيم س التي تحقق $(لو_{٣}\,س)^{٢} = ٤$

$(لو_{٣}\,س)^{٢} = ٤$

$لو_{٣}\,س = \pm ٢$

$لو_{٣}\,س = ٢$

$س = ٣^{٢}$

$س = ٩$

$لو_{٣}\,س = -٢$

$س = ٣^{-٢}$

$س = \frac{١}{٣^{٢}} = \frac{١}{٩}$

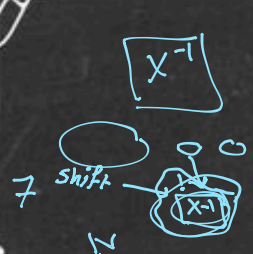
$س = ٠,١$

9b/c

★ الوحدة الثامنة: !

١- مضروب العدد

٢- التباديل



★ مضروب العدد !

$ن! = ن \times (ن-١) \times (ن-٢) \times (ن-٣) \times \ldots \times ١$

$٧! = ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ = ٥٠٤٠$

عدد كبير صعب نكتبه

$١٨! = ١٨ \times ١٧ \times ١٦ \times ١٥ \times ١٤ \times ١٣ \times ١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١$

$٤! = ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ = ٢٤$

$١٥! = ١٣٠٧٦٧٤٣٦٨٠٠$

$٠! = ١$

$١! = ١$

$٢! = ٢ \times ١ = ٢$

$٣! = ٣ \times ٢ \times ١ = ٦$

$٤! = ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ = ٢٤$

$٥! = ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ = ١٢٠$

$٦! = ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ = ٧٢٠$

$٧! = ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ = ٥٠٤٠$

$٨! = ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ = ٤٠٣٢٠$

$٩! = ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ = ٣٦٢٨٨٠$

$١٠! = ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ = ٣٦٢٨٨٠٠$

$١١! = ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ = ٣٩٩١٦٨٠٠$

$١٢! = ١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ = ٤٧٩٠٠١٦٠٠$

$١٣! = ١٣ \times ١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ = ٦٢٢٧٠٢٠٨٠٠$

$١٤! = ١٤ \times ١٣ \times ١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ = ٨٧١٧٨٢٩١٢٠٠$

$١٥! = ١٥ \times ١٤ \times ١٣ \times ١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ = ١٣٠٧٦٧٤٣٦٨٠٠$

$١٦! = ١٦ \times ١٥ \times ١٤ \times ١٣ \times ١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ = ٢٠٩٢٢٧٨٩٨٨٨٠٠$

$١٧! = ١٧ \times ١٦ \times ١٥ \times ١٤ \times ١٣ \times ١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ = ٣٥٥٦٨٧٤٢٨٨٠٠$

$١٨! = ١٨ \times ١٧ \times ١٦ \times ١٥ \times ١٤ \times ١٣ \times ١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ = ٦٤٠٢٣٧٣٧٦٠٠٠$

$١٩! = ١٩ \times ١٨ \times ١٧ \times ١٦ \times ١٥ \times ١٤ \times ١٣ \times ١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ = ١٢١٦٤٥١٠٠٧٢٠٠٠$

$٢٠! = ٢٠ \times ١٩ \times ١٨ \times ١٧ \times ١٦ \times ١٥ \times ١٤ \times ١٣ \times ١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ = ٢٤٣٢٩٠٢٠٠٨١٧٦٠٠٠$

$٢١! = ٢١ \times ٢٠ \times ١٩ \times ١٨ \times ١٧ \times ١٦ \times ١٥ \times ١٤ \times ١٣ \times ١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ = ٥١٠٩٠٠٤٣٥٢٠٩٦٠٠٠$

$٢٢! = ٢٢ \times ٢١ \times ٢٠ \times ١٩ \times ١٨ \times ١٧ \times ١٦ \times ١٥ \times ١٤ \times ١٣ \times ١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ = ١١٢٤٠٠٠٧٦٨٢٩٠٢٤٠٠٠$

$٢٣! = ٢٣ \times ٢٢ \times ٢١ \times ٢٠ \times ١٩ \times ١٨ \times ١٧ \times ١٦ \times ١٥ \times ١٤ \times ١٣ \times ١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ = ٢٥٨٥٢٠٠٢٣٧٤٤٨٠٠٠٠$

$٢٤! = ٢٤ \times ٢٣ \times ٢٢ \times ٢١ \times ٢٠ \times ١٩ \times ١٨ \times ١٧ \times ١٦ \times ١٥ \times ١٤ \times ١٣ \times ١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ = ٦٢٠٤٤٨٠١٥٦٦٥٦٠٠٠٠$

$٢٥! = ٢٥ \times ٢٤ \times ٢٣ \times ٢٢ \times ٢١ \times ٢٠ \times ١٩ \times ١٨ \times ١٧ \times ١٦ \times ١٥ \times ١٤ \times ١٣ \times ١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ = ١٥٥١١٢٠١٣٩٧٩٦٠٠٠٠$

$٣٠! = ٢٦٥٢٥١٥١٩٩٠٤٠٣٢٠٠٠٠$

$٣٥! = ١٠٣٣٣٢٩٣٢٧٦٨٦٣٧٦٠٠٠٠$

$٤٠! = ٨١٥٩١٥٢٥٢٥٢٢١٩٠٠٠٠٠$

$٤٥! = ١١٩٦٢٢٦٢٠٨٣٥٠٠٤٤٤٠٠٠٠$

$٥٠! = ٣٠٤١٤٠٩٣٢٠٤٨٤٠١٧٣٠٠٠٠$

$٥٥! = ١٢٥٨٦٢٦٠٠٦٨٤٨٠٢٢٣٠٠٠٠$

$٦٠! = ٨٣٢٠٧٧٣٢٠٣٧٦٩٩٠٤٢٠٠٠٠$

$٦٥! = ٥٤٣٩٣٧٧٧٤٨٩٠٤٤٣٢٠٠٠٠$

$٧٠! = ١١٩٧٨٥١٣٢٣٥٠٩٧٧٤٩٠٠٠٠$

$٧٥! = ١٨٥٤٨٠٧٧٦٦٢٥٠٩٤٢٧٠٠٠٠$

$٨٠! = ٧١٥٦٩٢٥٣٢٣٠٧٥٠٩٢٠٠٠٠$

$٨٥! = ٢٨٥٤٢٧٤٦٣٢٦٠٧٠٨٦٠٠٠٠$

$٩٠! = ١١٥٥٩٨٥٥٣٦٨٣٤٧٧٦٠٠٠٠$

$٩٥! = ٤٧٣٣٦٢٧٧٣٢٤٢٠٩٨٦٠٠٠٠$

$١٠٠! = ٩٣٣٢٦٢١٥١٨٨٥٠٧٦٤٠٠٠٠$

مع الشرح: (بدون استخدام الآلة الحاسبة)

$$\star \quad \frac{١٨!}{١٦!} = \frac{١٨ \times ١٧ \times ١٦!}{١٦!} = ١٨ \times ١٧ = ٣٠٦$$

$$\star \quad \frac{١٥!}{١٢!} = \frac{١٥ \times ١٤ \times ١٣ \times ١٢!}{١٢!} = ١٥ \times ١٤ \times ١٣ = ٢٧٣٠$$

$$\frac{١٨!}{١٦!} \times \frac{٥!}{٤!} = ٣٠٦ \times ٥ = ١٥٣٠$$

$$\frac{١٦!}{١٢!} \times \frac{٤!}{٣!} = ٥٦ \times ٤ = ٢٢٤$$

$$\frac{١٥!}{١٢!} \times \frac{٤!}{٣!} = ٢٧٣٠ \times ٤ = ١٠٩٢٠$$

$$\frac{١٨!}{١٦!} \times \frac{٥!}{٤!} \times \frac{٤!}{٣!} = ٣٠٦ \times ٥ \times ٤ = ٦١٢٠$$

$$\frac{١٦!}{١٢!} \times \frac{٤!}{٣!} \times \frac{٥!}{٤!} = ٥٦ \times ٤ \times ٥ = ١١٢٠$$

$$\frac{١٥!}{١٢!} \times \frac{٤!}{٣!} \times \frac{٥!}{٤!} = ٢٧٣٠ \times ٤ \times ٥ = ٥٤٦٠$$

$\star \quad \frac{١٠!}{١٨!} + \frac{١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١}{١٨!} = \frac{١٩}{١٧!}$

$= ١٦٢$

$\star \quad \frac{١٤!}{١٠!} - ١٢! = \frac{١٤ \times ١٣ \times ١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١}{١٠!} - ١٢!$

$= ١٢ - ١٢ = ٦$ #

سم عند إيجاد أصغر أو أكبر قيمة:

(الحل دائما بالتجربة)

• استخدم الآلة الحاسبة لتجد أصغر قيمة لـ ن:

[1] $ن! > ١٠٠٠٠٠$

$١! = ١$
$٢! = ٢$
$٣! = ٦$
$٤! = ٢٤$
$٥! = ١٢٠$
$٦! = ٧٢٠$
$٧! = ٥٠٤٠$
$٨! = ٤٠٣٢٠$
$٩! = ٣٦٢٨٨٠$
$١٠! = ٣٦٢٨٨٠٠$

$ن = ١٠$
$ن = ١٩$
أصغر قيمة لـ ن = ٩

[2] $ن! < ١٥ \times ١٦!$

$ن! < ٨٦٤٠٠٠$
$ن = ١٩$
أكبر قيمة لـ ن = ٩

[3] $(ن!)! > ١٠٠٠٠٠٠$ بالتجربة

$(١!)! = ١$
$(٢!)! = ٢$
$(٣!)! = ٦$
$(٤!)! = ٢٤$
$(٥!)! = ١٢٠$
$(٦!)! = ٧٢٠$
$(٧!)! = ٥٠٤٠$
$(٨!)! = ٤٠٣٢٠$
$(٩!)! = ٣٦٢٨٨٠$
$(١٠!)! = ٣٦٢٨٨٠٠$

$ن = ٤$
أصغر قيمة لـ ن = ٤

• استخدم الآلة الحاسبة لتجد أيهما صحيحة:

ملاحظة: الضرب والقسمة على عدد سالب تتغير المتباينة

ن! / (ن-٢)! < ٥٠٠

ن! < ٥٠٠ × (ن-٢)!

ن! < ١٠ × ١,٥ − ١٢ ن!

ن! < ١٠ × ١,٥ ١٢

ن! < ٤٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠

ن = ١١!، ١٠!، ٩!

١١! = ٣٩٩١٦٨٠٠

١٢! = ٤٧٩٠٠١٦٠٠

الاختيار (الصحيحة)

ن! / (ن-٢)! < ٥٠٠

ن(ن-١)(ن-٢)! / (ن-٢)! < ٥٠٠

ن(ن-١) < ٥٠٠

ن(ن-١) = ٥٠٠

إما ن = ٥٠٠ أو ن - ١ = ٥٠٠

ن = ٥٠١

(١) ١ × ٢ × ٣ × ٤ × ٥ × ٦ × ٧ = ٧!

ن! = ن(ن-١)(ن-٢)(ن-٣)!

ن! = ن(ن-١)(ن-٢)(ن-٣)...١

• اكتب ما يلي في صورة مضروب:

(١) ١٠ × ٩ × ٨ × ٧

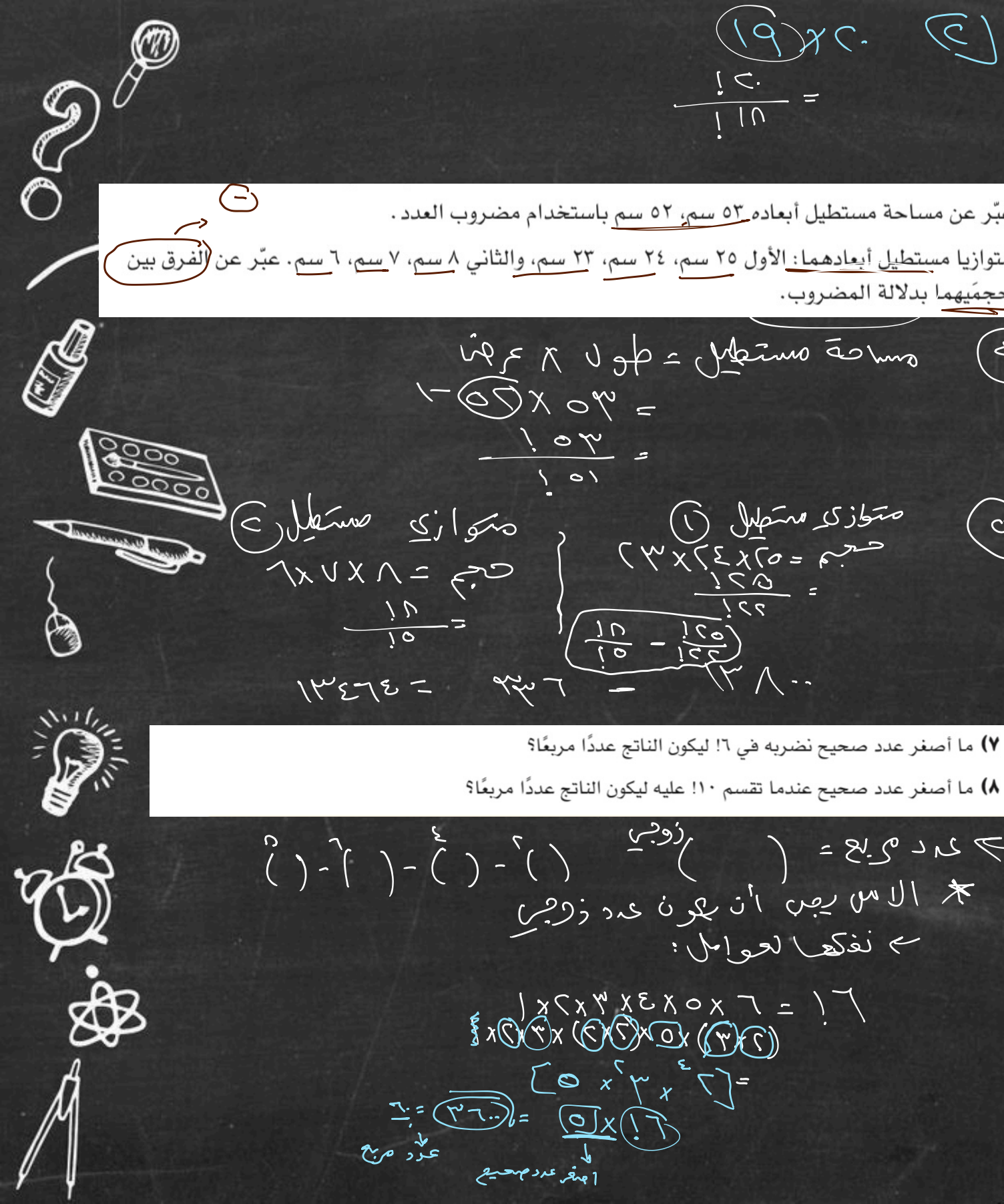
(٢) ١٠ × ٩ × ٨ × ٧ × ٦ × ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١ / ١٢ × ١١ × ١٠ × ٩ × ٨ × ٧ × ٦ × ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ١٠! / ١٢!

(٣) نكتب أول عدد مع مضروب اقل عدد ننقص منه واحد

(٤) ١٦ = ١٦^(١-٧)

ترتيب (أكبر - أصغر)

كسر



٤) عبّر عن مساحة مستطيل أبعاده ٥٣ سم، ٥٢ سم باستخدام مضروب العدد.

٥) متوازيا مستطيل أبعادهما: الأول ٢٥ سم، ٢٤ سم، ٢٣ سم، والثاني ٨ سم، ٧ سم، ٦ سم. عبّر عن الفرق بين حجمَيهما بدلالة المضروب.

٧) ما أصغر عدد صحيح نضربه في ٦! ليكون الناتج عددًا مربعًا؟

٨) ما أصغر عدد صحيح عندما تقسم ١٠! عليه ليكون الناتج عددًا مربعًا؟

٨-١ مضروب العدد

تمارين ٨-١

١) دون استخدام الآلة الحاسبة، أوجد قيمة كلّ مما يأتي:

أ $\frac{١٠!}{١٣!} \times ١٦ = \frac{١٦!}{١٣!} = ١٦ \times ١٥ \times ١٤ = ٣٣٦٠$

ب $\frac{١}{١٣ \times ١٢!} \times ١٤!$

ج $\frac{٩ \times ١٥!}{٢٧ \times ١٤!}$

د $\frac{١٥ \times ١٩! \times ١٨}{٥ \times ١٠!}$

---

٢) أوجد العدد الصحيح الموجب الأصغر الذي يجعل $\frac{١١٠}{ن}$ عددًا مربعًا.

$١١٠ = ٢ \times ٥ \times ١١$

$\frac{١١٠}{ن} = \frac{٢ \times ٥ \times ١١ \times ٢ \times ٣^{٢}}{ن}$

$ن = ٢ \times ١١$

$ن = ٢٢$

٢) استخدم المضروب لحساب التكلفة الكلية لسبع قطع حلوى ثمن الواحدة منها ٨ ريالات عُمانية، وستّة مغلفات من البسكويت ثمن الواحد منها ٥ ريالات عُمانية.

قطع حلوى = ٧
مغلفات = ٦
تكلفة = ٨

٨ × ٧ × ٦ × ٥

$\frac{١٨!}{١٤!} = ١٦٨٠$

٣) مستطيل مساحته (٥! − ١٣!) سم^{٢}، وعرضه ١٣! سم. أوجِد طول المستطيل.

مساحة المستطيل = الطول × العرض

الطول = مساحة المستطيل ÷ العرض

$\frac{١٣! - ٥!}{١٣!} = \frac{(١ - ٢٠)١٣!}{١٣!} = ١٩$

٤) اكتب العدد ٤٦٠٨ باستخدام المضروب والقوى فقط.

$٤٦٠٨ = ن!$

٤٦٠٨	٢
٢٣٠٤	٢
١١٥٢	٢
٥٧٦	٢
٢٨٨	٢
١٤٤	٢
٧٢	٢
٣٦	٢
١٨	٢
٩	٣
٣	٣
١	

$٢^{١٢} \times ٣^{٢}$

$\frac{١٣!}{١٢! \times ٢!} = \frac{(١٣)^{١٢} \times ٣^{٢}}{١٢! \times ٢!} = ٤٦٠٨$

$\frac{١٣!}{١٢! \times ٢!} = \frac{١٣ \times ١٢!}{١٢! \times ٢ \times ١} = \frac{١}{١٦٨٠}$

٥) بيّن أن $\frac{١٤!}{١٨!} = \frac{١}{١٢! \times ٧!}$

$\frac{١٤!}{١٨!} = \frac{١}{٢٤٥٦ \times ٧ \times ٨} = \frac{١}{١٦٨٠}$

٦) مثلث قائم الزاوية طول ضلعي القائمة فيه هما أ! سم، ب! سم، $\sqrt{٦!}$ سم. وطول الوتر $\sqrt{(٧!)}$ سم، أوجد قيمتَي أ ، ب