تمارين ٦-٤

١) أوجد معادلة المنحنى بمعلومية $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$، والنقطة ل الواقعة على المنحنى:

أ $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = \text{٣س}^{٢} + ١$ ، ل(١، ٤)

ص = $\int \text{٣س}^{٢} + ١ \ \text{ءس}$

ص = $\frac{\cancel{٣}\text{س}^{٣}}{\cancel{٣}} + \text{س} + \text{جـ} = \text{س}^{٣} + \text{س} + \text{جـ}$

عند س = ١ ص = ٤

$١^{٣} + ١ + \text{جـ} = ٤$

جـ = ٤ − ٢ = ٢

معادلة المنحنى: ص = $\text{س}^{٣} + \text{س} + ٢$

ب $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = \text{٢س}(\text{٣س} - ١)$ ، ل(−١، ٢)

$\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = \text{٦س}^{٢} - \text{٢س}$

ص = $\frac{\text{٦س}^{٣}}{٣} - \frac{\text{٢س}^{٢}}{٢} + \text{جـ} = \text{٢س}^{٣} - \text{س}^{٢} + \text{جـ}$

عند س = −١ ص = ٢

$٢ \times (-١)^{٣} - (-١)^{٢} + \text{جـ} = ٢$

$-٢ - ١ + \text{جـ} = ٢$

جـ = ٢ + ٣ = ٥

ص = $\text{٢س}^{٣} - \text{س}^{٢} + ٥$

٢) إذا علمت أن $\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = -\frac{\text{ك}}{\text{س}^{٢}}$، حيث ك عدد ثابت، والمنحنى يمر بالنقطتين (٦، ٢,٥)، (−٣، ١)، فأوجد معادلة منحنى الدالة.

$$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = -\text{ك}\,\text{س}^{-٢}$$

$$\text{ص} = \frac{-\text{ك}\,\text{س}^{-١}}{-١} + \text{جـ} \Leftarrow \boxed{\text{ص} = \frac{\text{ك}}{\text{س}} + \text{جـ}}$$

عند س = ٦ ، ص = ٢,٥

$$٢,٥ = \frac{\text{ك}}{٦} + \text{جـ} \Leftarrow \boxed{\text{جـ} = ٢,٥ - \frac{\text{ك}}{٦}} \quad ①$$

عند س = −٣ ، ص = ١ :

$$١ = \frac{\text{ك}}{-٣} + \text{جـ} \Leftarrow \boxed{\text{جـ} = ١ + \frac{\text{ك}}{٣}} \quad ②$$

لحل المعادلة ① و ② :

$$٢,٥ - \frac{\text{ك}}{٦} = ١ + \frac{\text{ك}}{٣}$$

$$٢,٥ - ١ = \frac{٢\times\text{ك}}{٢\times٣} + \frac{\text{ك}}{٦}$$

$$١,٥ = \frac{٣\text{ك}}{٦} \Longleftarrow \text{ك} = \frac{١,٥\times٦}{٣} = ٣$$

$$\text{جـ} = ١ + \frac{٣}{٣} = ٢$$

معادلة المنحنى :

$$\boxed{\text{ص} = \frac{٣}{\text{س}} + ٢}$$

٤) إذا علمت أن $\frac{dص}{dس} = ك س^٢ - \frac{٦}{س^٣}$، حيث ك عدد ثابت، والمنحنى يمر بالنقطة ل(١، ٦)، وميل المماس عند النقطة ل يساوي ٩، فأوجد معادلة منحنى الدالة.

$$\frac{dص}{dس} = ك س^٢ - ٦ س^{-٣}$$

$$ص = \frac{ك س^٣}{٣} - \frac{٦ س^{-٢}}{-٢} + جـ$$

$$\boxed{ص = \frac{ك}{٣} س^٣ + \frac{٣}{س^٢} + جـ}$$

عند س = ١ ، ص = ٦ ⟸ $٦ = \frac{ك × ١^٣}{٣} + \frac{٣}{١^٢} + جـ$

$$٦ = \frac{ك}{٣} + ٣ + جـ$$

$$\boxed{جـ = ٣ - \frac{ك}{٣}} \text{ — (١)}$$

ميل المماس = $\frac{dص}{dس}$ = ٩ عندما س = ١ :

$$٩ = ك × ١^٢ - \frac{٦}{١^٣}$$

$$٩ = ك - ٦ \Leftarrow ك = ٩ + ٦ = ١٥$$

بالتعويض في (١) عن ك = ١٥

$$جـ = ٣ - \frac{١٥}{٣} = ٣ - ٥$$

$$\boxed{جـ = -٢}$$

معادلة المنحنى هي :

$$ص = \frac{١٥}{٣} س^٣ + \frac{٣}{س^٢} - ٢$$

$$ص = ٥ س^٣ + \frac{٣}{س^٢} - ٢$$

٦) إذا علمت أن $\frac{دص}{دس}$ = ك س + ٣، حيث ك عدد ثابت، وميل العمودي على مماس المنحنى عند النقطة (١، −٢) يساوي $-\frac{١}{٧}$ فأوجد معادلة منحنى الدالة.

عند س = ١   ميل العمودي = $\frac{-١}{٧}$ ⟸ ميل المماس = ٧

٧ = ك × ١ + ٣ ← ك = ٧ − ٣

$\boxed{ك = ٤}$

$\frac{دص}{دس}$ = ٤س + ٣

ص = $\frac{٤س^٢}{٢}$ + ٣س + جـ = ٢س^٢ + ٣س + جـ

عند ما س = ١   ص = −٢

−٢ = ٢ × ١ + ٣ × ١ + جـ

جـ = −٢ − ٥

$\boxed{جـ = −٧}$

معادلة المنحنى : ص = ٢س^٢ + ٣س − ٧

٧) إذا علمت أن الدالة ص = د(س)، د′(س) = ٨ − ٢س، والقيمة العظمى للدالة هي (٢٠)، فأوجد د(س).

ص

د′(س) = ٠

د(س) = ؟   ٨ − ٢س د س

د(س) = ٨س − $\frac{٢س^٢}{٢}$ + جـ = $\boxed{٨س − س^٢ + جـ}$

د′(س) = ٠ ⟸ ٨ − ٢س = ٠

٢س = ٨ ⟸ $\boxed{س = ٤}$

س	ص
٤	٢٠

عند س = ٤   ص = ٢٠

٨ × ٤ − ٤^٢ + جـ = ٢٠

جـ = ٢٠ − ١٦

$\boxed{جـ = ٤}$

د(س) = ٨س − س^٢ + ٤

١٠) إذا علمت أن $\frac{د^{2}ص}{د س^{2}}$ = −٦س − ٤، والنقطة الصغرى للمنحنى هي (−٢، −٦)، فأوجد معادلة منحنى الدالة.

$\frac{د ص}{د س} = \frac{-٦س^{2}}{٢} - ٤س + جـ = -٣س^{2} - ٤س + جـ_{١}$

$\frac{د ص}{د س} = ٠ \Leftarrow س = -٢ :$

$-٣ \times (-٢)^{2} - ٤ \times (-٢) + جـ = ٠$

$-١٢ + ٨ + جـ = ٠$

$\boxed{جـ_{١} = ٤}$

$\frac{د ص}{د س} = -٣س^{2} - ٤س + ٤$

$ص = \frac{-\cancel{٣}س^{٣}}{\cancel{٣}} - \frac{٤س^{2}}{٢} + ٤س + جـ = -س^{٣} - ٢س^{2} + ٤س + جـ$

عند $س = -٢$ ، $ص = -٦$:

$-٦ = -(-٢)^{٣} - ٢ \times (-٢)^{2} + ٤ \times (-٢) + جـ$

$-٦ = -٨ + جـ \Leftarrow جـ = -٦ + ٨ = ٢$

$\boxed{ص = -س^{٣} - ٢س^{2} + ٤س + ٢}$

١١) لتكن $\frac{د ص}{د س}$ = ك + س، حيث ك عدد ثابت، وعلمت أن:

أ) مماسَي المنحنى متعامدان عند النقطتَين اللتين إحداثيهما السيني ٥، ٧، فأوجد قيمة ك.

ب) المنحنى يمر بالنقطة (١٠، −٨)، فأوجد معادلته.

$\boxed{م_{١} \times م_{٢} = -١}$

(أ) ميل الأول × ميل الثاني = −١

$(ك + ٥) \times (ك + ٧) = -١$

$ك^{2} + ٧ك + ٥ك + ٣٥ = -١$

$ك^{2} + ١٢ك + ٣٦ = ٠$

$(ك + ٦)^{2} = ٠$ ، $ك + ٦ = ٠ \Leftarrow \boxed{ك = -٦}$

$$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \text{س} - ٦ \Leftarrow \text{ص} = \frac{\text{س}^{٢}}{٢} - ٦\text{س} + \text{جـ}$$

عند $\text{س} = ١٠$ ، $\text{ص} = -٨$

$$-٨ = \frac{١٠^{٢}}{٢} - ٦ \times ١٠ + \text{جـ}$$

$$-٨ = -١٠ + \text{جـ}$$

$$\text{جـ} = ١٠ - ٨ = ٢$$

$$\boxed{\text{ص} = \frac{\text{س}^{٢}}{٢} - ٦\text{س} + ٢}$$