* التوافيق ← هو ان نختار r من العنصر n ؛ $\binom{n}{r}$

ncr على الاسود shift

$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \frac{{}_nP_r}{r!}$

$\binom{7}{3} = \frac{{}_7P_3}{3!}$ ← 7 shift x ← ٣ ل ٧

$\binom{7}{3} \div 3 \text{ shift} 7$

$\binom{n}{r} = \frac{{}_nP_r}{r!}$ ← shift x ← ر ل ن

$\binom{7}{4} = \frac{{}_7P_4}{4!}$ ← ٤ ! ← ٤ ل ٧

$\binom{n}{n} = \frac{n!}{n!0!} = 1$

$\binom{n}{0} = \frac{n!}{0!n!} = 1$

$\binom{n}{1} = n$

$\binom{n}{n-1} = n$

$\binom{n}{n} = \binom{n}{0} = 1$

$\binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = n$

$\binom{17}{17} = 1$

$\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$

$\binom{14}{14}\binom{10}{10}\binom{7}{7}\binom{n}{n}$

$\binom{n}{0} = 1$

$\binom{7}{4} = \frac{7!}{4!3!} = \frac{{}_7P_4}{4!} = 35$ ← shift x^{-1}

$\binom{10}{2} = \frac{10!}{8!2!} = 45$

$\binom{9}{3} = \frac{9!}{6!3!} = 84$ ← 9 shift ÷ 3

تمارين ٨-٣

١) أوجد عدد الطرق الممكنة لاختيار ٥ تفاحات من بين:

أ ٨ تفاحات.

ب ٩ تفاحات، و ١٢ برتقالة.

٢) من بين ٧ رجال و ٨ نساء، أوجد عدد الطرق الممكنة لاختيار:

أ ٤ رجال و ٥ نساء.

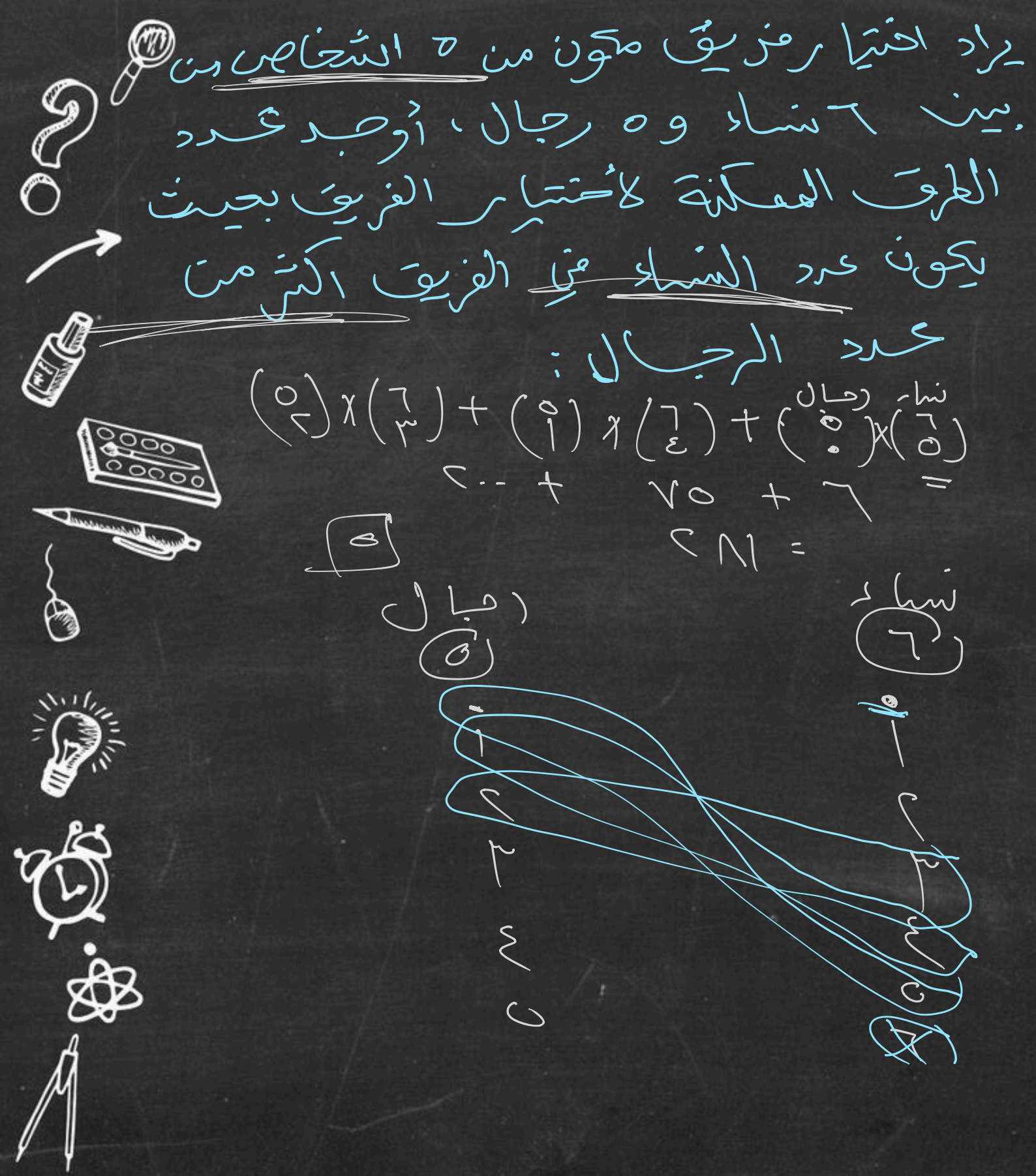
ب ثلاثة رجال و ٦ نساء.

ج على الأقل ١٣ شخصًا.

يراد اختيار فريق مكون من ٥ أشخاص من بين ٦ نساء و ٥ رجال، أوجد عدد الطرق الممكنة لاختيار الفريق بحيث يكون عدد النساء في الفريق أكثر من عدد الرجال:

نساء رجال

$$(٥)\times(٦) + (٤)\times(٦) + (٣)\times(٦) = ٦ + ٧٥ + ٢٠٠ = ٢٨١$$



* نظرية ذات الحدين :

مربع كامل ←

$(أ + ب)^2 = أ^2 + 2أب + ب^2$

$(س + ص)^2 = س^2 + 2س ص + ص^2$

$(أ + ب)^3 = أ^3 + 3أ^2 ب + 3أ ب^2 + ب^3$

$(س + ص)^3 = س^3 + 3س^2 ص + 3س ص^2 + ص^3$

$(أ + ب)^4 = أ^4 + 4أ^3 ب + 6أ^2 ب^2 + 4أ ب^3 + ب^4$

$(س + ص)^4 = س^4 + 4س^3 ص + 6س^2 ص^2 + 4س ص^3 + ص^4$

كيف يمكن ايجاد المفكوك $(س + ص)^9$ ←

(نظرية ذات الحدين)

$(س + ص)^ن$

+ + +

$(\quad)^{10}$

* ملاحظات :

1) عدد الحدود = $(ن + 1)$ حداً

2) الحد الأول $س^ن$ والحد الأخير $ص^ن$

3) القوة لـ س تتناقص بمقدار واحد.
القوة لـ ص تبدأ بصفر وتنتهي بـ ن.

$(س + ص)^{10}$

لـ فإن أي حد مجموع قوة س وقوة ص = ن (قوة المفكوك)

[٤] تذكر التوافيق: $\binom{ن}{ن} = \binom{ن}{٠} = ١$

لـ معاملات الحدود على الترتيب:

$\binom{ن}{٠}$ ، $\binom{ن}{١}$ ، $\binom{ن}{٢}$ ، ..... إلى $\binom{ن}{ن}$

$\binom{ن}{ن} = \binom{ن}{٠} = ١$

$\binom{ن}{١} = ن$

$(س + ص)^{٣} = \binom{٣}{٠} س^{٣} + \binom{٣}{١} س^{٢} ص + \binom{٣}{٢} س ص^{٢} + \binom{٣}{٣} ص^{٣}$

* مثلث باسكال:

١

١ ١

١ ٢ ١

١ ٣ ٣ ١

$(س + ص)^{٠} = ١$

$(س + ص)^{١} = ١ س + ١ ص$

$(س + ص)^{٢} = ١ س^{٢} + ٢ س ص + ١ ص^{٢}$

$(س + ص)^{٣} = ١ س^{٣} + ٣ س^{٢} ص + ٣ س ص^{٢} + ١ ص^{٣}$

تمارين ٨-١٤أ

١) اكتب الصفَّين في مثلث باسكال عندما:

أ ن = ٥

ب ن = ٦

٢) استخدم مثلث باسكال لتجد مفكوك كل ممّا يأتي:

أ $(١ + س)^{٣}$ ب $(١ - س)^{٤}$ ج $(ل + ق)^{٤}$ د $(٢ + س)^{٣}$

هـ $(س + ص)^{٤}$ و $(ص + ٤)^{٣}$ ز $(أ - ب)^{٣}$ ح $(٢س + ص)^{٤}$

ط $(س - ٢ص)^{٣}$ ي $(٣س - ٤)^{٤}$ ك $\left(س + \frac{٢}{س}\right)^{٣}$ ل $\left(س^{٢} - \frac{١}{٢س^{٣}}\right)^{٣}$

٣) إذا علمت أن $(٣ + س)^{٥} + (٣ - س)^{٥} = أ + ب س^{٢} + جـ س^{٤}$، فأوجد قيمة كلٍّ من : أ، ب، جـ.

٤) أ أوجِد مفكوك $(٢ + س)^{٤}$

ب استخدم إجابتك في الجزئية (أ) لتكتب $(٢ + \sqrt{٣})^{٤}$ في صورة $أ + ب\sqrt{٣}$

٥) أ أوجِد مفكوك $(١ + س)^{٣}$

ب استخدم إجابتك في الجزئية (أ) لتكتب:

١) $(١ + \sqrt{٥})^{٣}$ في صورة $أ + ب\sqrt{٥}$

٢) $(١ - \sqrt{٥})^{٣}$ في صورة $جـ + د\sqrt{٥}$

ج استخدم إجابتك في الجزئية (ب) لتبسّط $(١ + \sqrt{٥})^{٣} + (١ - \sqrt{٥})^{٣}$

٦) أوجِد مفكوك $(١ + س)(٢ + ٣س)^{٤}$

٧) أوجِد مفكوك $(س^{٢} - ١)^{٤}$

٨) أوجِد أول ثلاثة حدود مرتبة ترتيبًا تصاعديًّا بحسب قوى المتغيّر ص في مفكوك $(١ + ص)^{٤}$

تمارين ٨-٤ب

١) اكتب كل صفّ من صفوف مثلث باسكال الآتية مستخدمًا صيغة التوافيق عندما:

أ ن = ٣ ب ن = ٤ ج ن = ٥

٢) استخدم الحد العام لنظرية ذات الحدَّين لتجد مفكوك كلّ ممّا يأتي:

أ $(١ + س)^{٤}$ ب $(١ - س)^{٥}$ ج $(١ + ٢س)^{٤}$ د $(٣ + س)^{٣}$

هـ $(س + ص)^{٤}$ و $(٢ - س)^{٥}$ ز $(أ - ٢ب)^{٤}$ ح $(٢س + ٣ص)^{٤}$

ط $\left(\frac{١}{٢}س - ٣\right)^{٤}$ ي $\left(١ - \frac{س}{١٠}\right)^{٥}$ ك $\left(س - \frac{٣}{س}\right)^{٥}$ ل $\left(س^{٢} + \frac{١}{٢س^{٢}}\right)^{٦}$

٣) استخدم نظرية ذات الحدَّين لتجد أول ثلاثة حدود في كلّ ممّا يأتي:

أ $(١ + س)^{١٠}$ ب $(١ + ٢س)^{٨}$ ج $(١ - ٣س)^{٧}$ د $(٣ + ٢س)^{٦}$

هـ $(٣ - س)^{٩}$ و $\left(٢ + \frac{١}{٢}س\right)^{٨}$ ز $(٥ - س^{٢})^{٩}$ ح $(٤س - ٥ص)^{١٠}$

ل $\left(س^{٣} - \frac{١}{٢س^{٢}}\right)^{٣}$

ط $\left(\frac{1}{2}س - ٣\right)^{٤}$