✱ التوزيع الاحتمالي :

(1) استخدام التباديل والتوافيق في الاحتمالات

التباديل (عدد طرق ترتيب) مرتب فيها مهم

$ن ل ر$ ، $ن ل ن$ ← مضروب العدد

$ن ل ر = \frac{ن!}{(ن-ر)!}$

npr (x) ← تباديل ← ن ل ر

7shift × 5
7P5 = 2520

التوافيق (اختيار ، اختيار ثم سحب)

$\binom{ن}{ر} = \frac{ن!}{ر!(ن-ر)!} = \frac{ن ل ر}{ر!}$

توافيق (÷)

7shift ÷
7C5 = 21

$\binom{٧}{٥} =$

| ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ← ٧

$\binom{٧}{٢}$

$\text{الاحتمال} = \frac{\text{العدد المطلوب}}{\text{العدد الكلي}}$ الاحتمال (٠ ← ١)

عندما يكون احتمال (كسر) $\frac{١٥}{٥٠}$ احتمال أن اخذ ١٥ تفاحة ٥٠ تفاحة.

✱ لدى سيف ٢٠ زوجاً من الجوارب ٨ منها حمراء ، و١٠ زرقاء و٢ خضراء اللون ، ثم سحب زوج واحد من الجوارب عشوائياً ، ما احتمال أن يكون أخضر اللون ؟!

ما احتمال ؟

جوارب: حمراء (٨) ، زرقاء (١٠) ، خضراء (٢)

$= \frac{٢}{٢٠} = \frac{١}{١٠} = ٠,١$

✱ يراد اختيار ٥ موظفين من بين ٩ رجال ، ٦ نساء ، أوجد :

$٩ + ٦ = ١٥$

٥ ← رجال ٩ ← ٣ ، نساء ٦ ← ٢

(1) عدد طرق اختيار ٣ رجال وامرأتين

توافيق $\binom{ن}{ر}$

$٩ ل ٣ \times ٦ ل ٢ = ١٥١٢٠$ طريقة

(2) احتمال اختيار ٣ رجال وامرأتين .

$\frac{\text{المطلوب}}{\text{المجموع الكلي}} = \frac{\binom{٩}{٣} \times \binom{٦}{٢}}{\binom{١٥}{٥}} = \frac{٦٠}{١٤٣} = ٠,٤١٩$

٩ رجال
٦ نساء

9shift ÷ 3
9C3

احتمال (٠ ← ١)

٣) احتمال (أن يكون بينهم رجلان على الأكثر)؟!

٥
٦ نساء — ٩ رجال
٣ × ٢
٤ × ١
٠ × ٥

$$\frac{\binom{٩}{٢}\times\binom{٦}{٣}+\binom{٩}{١}\times\binom{٦}{٤}+\binom{٩}{٠}\times\binom{٦}{٥}}{\binom{١٥}{٥}}$$

$\binom{١٥}{٥}$ ← مجموع كلي

$= \frac{٤١}{١٤٣} = ٠,٢٨٧$

٤) احتمال أن يكون بينهم ٤ نساء على الأقل..

١٥
٥
٦ نساء — ٩ رجال
٤ ١
أو
٥ ٠

$$\frac{\binom{٦}{٤}\times\binom{٩}{١}+\binom{٦}{٥}\times\binom{٩}{٠}}{\binom{١٥}{٥}}$$

$= \frac{٤٧}{١٠٠١} = ٠.٠٤٧$

٥) احتمال أن يكون عدد النساء أقل من ٣؟! ٢ ١ ٠

على الأكثر وعلى الأقل

٢- العكس على الأكثر ٧ سيارات
لعدد الأقل من ٧
← على الأقل ٧ سيارات ← ٧< ....

أقل من ، أكثر من

على الأكثر ٣: ٣ ٢ ١ ٠
أقل من ٣ = ٢ ١ ٠

$$\frac{\binom{٩}{٣}\times\binom{٦}{٢}+\binom{٩}{٤}\times\binom{٦}{١}+\binom{٩}{٥}\times\binom{٦}{٠}}{\binom{١٥}{٥}}$$

٥
٩ رجال — ٦ نساء
٣ × ٢
٤ ١
٥ ٠

$= \frac{١٠٢}{١٤٣} = ٠.٧١٣$

تبادل ← ترتيب | اختيار ← توافيق $\binom{ن}{ر}$

١) اختير طفلان عشوائيًا من مجموعة مكوّنة من ستة أولاد وأربع بنات. استخدم التوافيق لتجد احتمال أن يكون الطفلان:

أ ولدَين.　　ب بنتَين.　　ج بنتًا وولدًا.

٢) اختيرت أربع حبات موز عشوائيًا من صندوق يحتوي على ١٧ حبة موز صفراء اللون، و ٢٣ حبة موز خضراء اللون. أوجِد احتمال:

أ أن لا توجد حبات موز خضراء.　　ب أقل من نصف الحبات المختارة خضراء.

٣) يختار أمين أحد المعارض عشوائيًا، ثماني قطع للعرض من بين ٣٦ لوحة تشكيلية، ٤٤ لوحة فنية. أوجِد احتمال أن يتضمن العرض على الأقل ثلاث لوحات تشكيلية أكثر من اللوحات الفنية.

٤) في صندوق للأدوات الصناعية ٢٥ مفكًا، ١٦ رأس مثقاب، ٣٨ مفتاحًا، ١١ إزميلًا. أوجِد احتمال اختيار أربع أدوات ليس من بينها أيّ إزميل.

٥) يزرع حمد ٩ شُجيرات في حديقة منزله في صف واحد عشوائيًا: ٣ منها تزهر ورودًا حمراء، ٦ تزهر ورودًا صفراء. احسب احتمال أن:

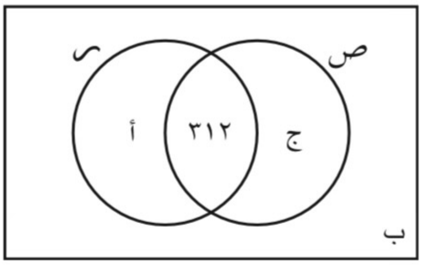
أ تقع شجيرة منها تزهر وردة صفراء في المنتصف.

ب لا تكون الشجيرات الثلاث التي تزهر ورودًا حمراء متباعدة.

ج لا تكون الشجيرتان اللتان تزهران ورودًا حمراء متجاورتَين.

٦) مجموعة من ١٨٠ شخصًا، تضم ٨٨ رجلًا تسعة منهم يستخدمون يدهم اليسرى للكتابة، وتضم أيضًا ٨٥ أنثى لا يستخدمن اليد اليسرى. إذا اختير ستة أشخاص من المجموعة عشوائيًا، فأوجِد احتمال أن يكون أربعة منهم يستخدمون اليد اليسرى أو إناثًا.

٧) في مكتبة صغيرة ١٢٤٠ كتابًا مقسمة إلى: ٤٧٨ رواية ويرمز إليها (ر)، منها ٣١٢ رواية مجلدة بغلاف صلب ويرمز إليها (ص)، ويوجد أيضًا ٤٤٠ كتابًا مجلدًا بغلاف غير صلب. بعض هذه المعلومات مبيّن على مخطط ڤن.



أ أوجِد قيمة كلٍّ من: أ، ب، ج.

ب اختير ٢٥ كتابًا عشوائيًا ليتم التبرع بها إلى جمعية خيرية، وتأمل الجمعية أن يكون من بينها على الأقل ٢٢ رواية أو كتابًا مجلدًا بغلاف صلب. احسب احتمال أن تحصل الجمعية الخيرية على ما تأمل.

٢) اختيرت أربع حبات موز عشوائيًا من صندوق يحتوي على ١٧ حبة موز صفراء اللون، و ٢٣ حبة موز خضراء اللون. أوجِد احتمال:

أ أن لا توجد حبات موز خضراء.　　ب أقل من نصف الحبات المختارة خضراء.

= ٠,٠٢٦

ب) $\frac{(\frac{3}{12}) \times (\frac{3}{2}) + (\frac{3}{12})(\frac{4}{12})}{(\frac{4}{4})}$

= ٠,١٩٧

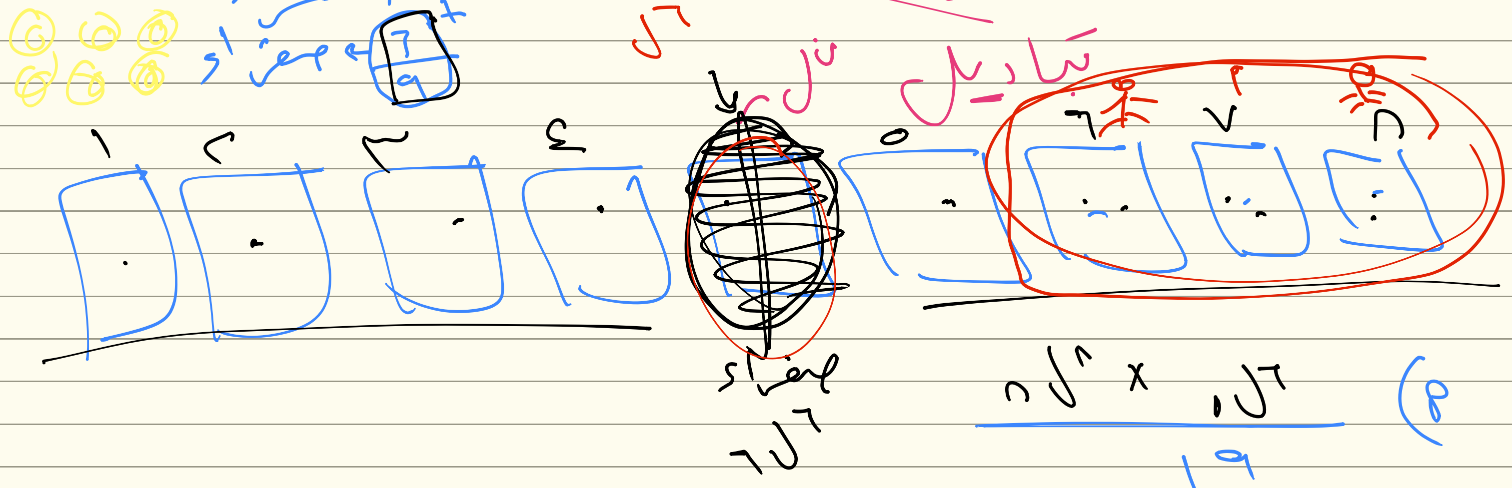
٥) يزرع حمد ٩ شُجيرات في حديقة منزله في صف واحد عشوائيًا: ٣ منها تزهر ورودًا حمراء، ٦ تزهر ورودًا صفراء. احسب احتمال أن:

أ) تقع شجيرة منها تزهر وردة صفراء في المنتصف.

ب) لا تكون الشجيرات الثلاث التي تزهر ورودًا حمراء متباعدة.

ج) لا تكون الشجيرتان اللتان تزهران ورودًا حمراء متجاورتَين.

عدد طرق ما مرتبة في صف واحد، صف واحد



أ) $\frac{{}^{6}ل_{1} \times {}^{8}ل_{8}}{{}^{9}ل_{9}}$

= ٠,٦٧ = $\frac{2}{3}$

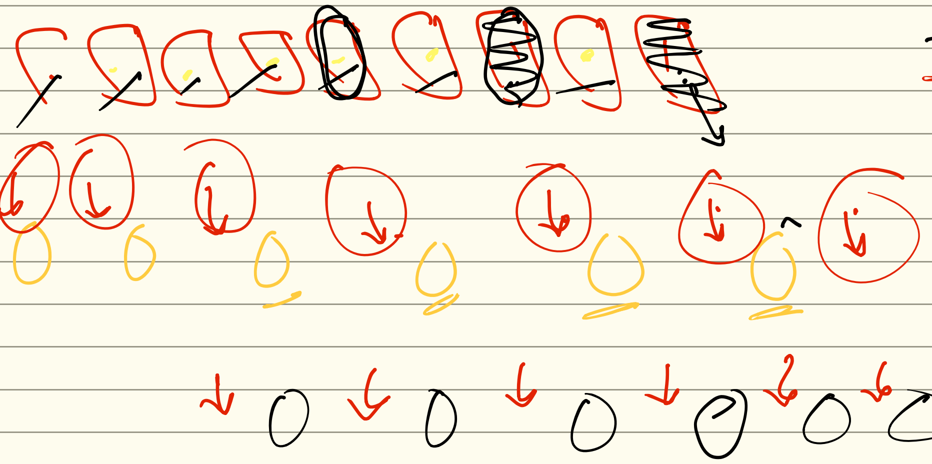
ب) $\frac{{}^{3}ل_{3} \times {}^{6}ل_{6} \times 7}{{}^{9}ل_{9}} = \frac{1}{12} = ٠,٠٨٣$

ن! = ${}^{ن}ل_{ن}$

(١×٢×٣×٤)×٥)×٦)×٧) = ٦! × ٧ = ${}^{6}ل_{6}$ × ٧

$\frac{12! \times 17!}{19!}$

ج لا تكون الشجيرتان اللتان تزهران ورودًا حمراء متجاورتين.



ل = $\frac{ل^{٧}_{٣} \times ل^{٦}_{٦}}{ل^{٩}_{٩}}$

= ٤١٧ ر