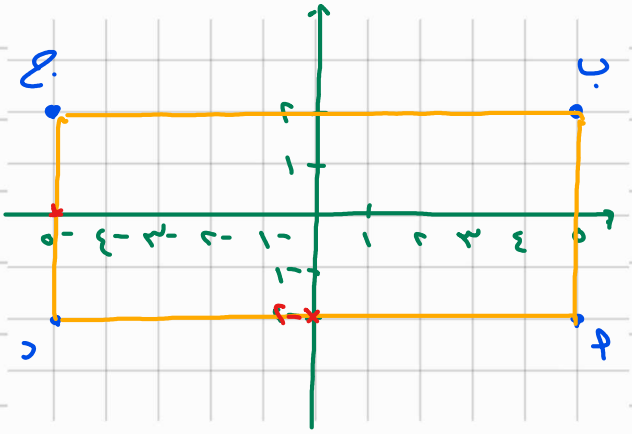
تمارين ٤-٧

١) ليكن العدد المركب ل = ٥ − ٢ت:

أ عيّن مواقع النقاط ا، ب، ع على مخطط أرجاند، والتي تمثل الأعداد المركبة ل، ل*، − ل على الترتيب.

ب تشكّل النقاط ا، ب، ع، ء مستطيلًا. اكتب العدد المركب الذي يمثل النقطة ء.



ل = ٥ − ٢ت ، ا(٥، −٢) ←

ل* = ٥ + ٢ت ، ب(٥، ٢) ←

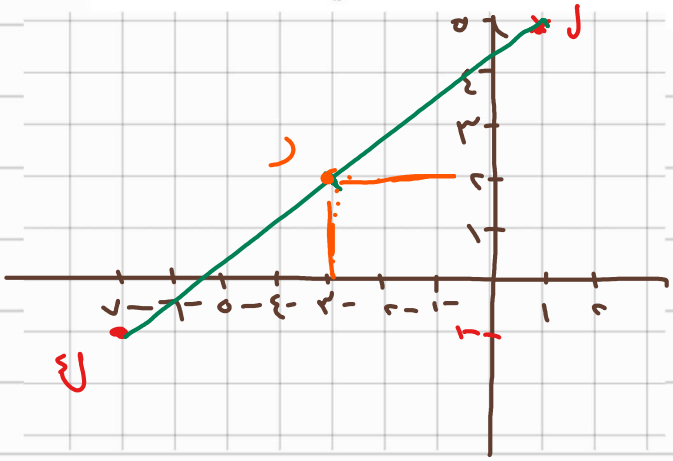
− ل = − ٥ + ٢ت ، ع(−٥، ٢)

ء = − ٥ − ٢ت ، ء(−٥، −٢)

٢) ليكن العددان المركبان ع١ = ١ + ٥ت، ع٢ = −٧ − ت:

أ على مخطط أرجاند عيّن النقطتَين ل، ك اللتَين تمثلان العددَين المركبَين ع١، ع٢ على الترتيب.

ب اكتب العدد المركب الذي يمثّل النقطة ر، حيث ر منتصف القطعة المستقيمة ل ك.



ع١ = ١ + ٥ت ← ل(١، ٥)

ع٢ = −٧ − ت ← ك(−٧، −١)

نقطة المنتصف $\left(\frac{١+(-٧)}{٢}\ ،\ \frac{٥+(-١)}{٢}\right)$

ر $\left(\frac{-٦}{٢}\ ،\ \frac{٤}{٢}\right)$ = ر(−٣، ٢)

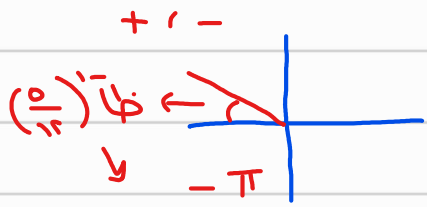
ر = −٣ + ٢ت

٣) أوجد المقياس والسعة لكلّ مما يأتي:

أ $-١٢ + ٥ت$

$ر = \sqrt{١٢^{٢} + ٥^{٢}} = ١٣$

السعة $= -\pi - ظا^{-١}(\frac{٥}{١٢}) = ٢,٧٥$ ك



ب $٥ت$

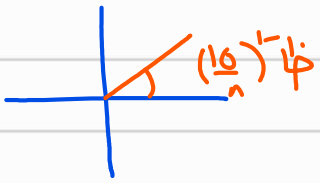
$ر = \sqrt{٠^{٢} + ٥^{٢}} = ٥$

السعة $= \frac{\pi}{٢}$

ج $٨ + ١٥ت$

$ر = \sqrt{٨^{٢} + ١٥^{٢}} = ١٧$

السعة $= ظا^{-١}(\frac{١٥}{٨}) = ١,٠٨$ ك



د $-١١ت - ٦٠$

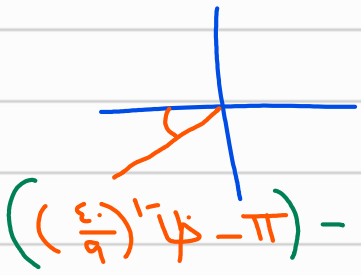
$ر = \sqrt{٦٠^{٢} + ١١^{٢}} = ٦١$

السعة $= -ظا^{-١}(\frac{١١}{٦٠}) = -٠,١٨١$ ك

هـ $-٩ - ٤٠ت$

$ر = \sqrt{٩^{٢} + ٤٠^{٢}} = ٤١$

السعة $= -(-\pi - ظا^{-١}(\frac{٤٠}{٩})) = -١,٧٩$ ك



و $-١ - ت\sqrt{٣}$

ز $\sqrt{٥} + ٢ت$

ح) $-٢٤ - ٧$ ت

ط) ك $(١ - ت)$، ك > ٠

$= ك - ك ت$

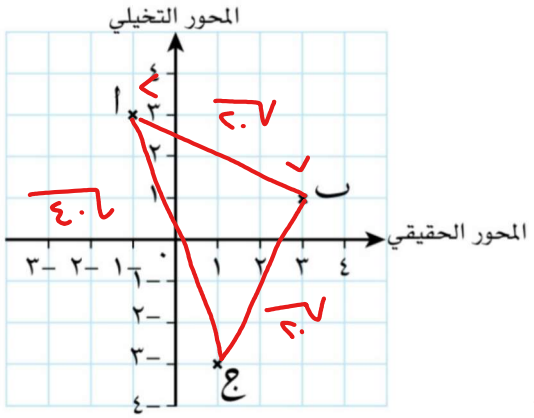
المقياس $= \sqrt{ك^٢ + ك^٢} = \sqrt{٢ك^٢} = ك\sqrt{٢}$

السعة $= -(ظا^{-١}(\frac{ك}{ك})) = -ظا^{-١}(١) = -\frac{\pi}{٤}$

٤) على مخطط أرجاند الموضح في الشكل المجاور:

أ) اكتب كلّ عدد مركب مبيّن على المخطط في الصورة القطبية.

ب) بيّن أن ا ب ع مثلث قائم الزاوية.



(أ) $أ = -١ + ٣ت$

المقياس $= \sqrt{(-١)^٢ + ٣^٢} = \sqrt{١٠}$

السعة $= \pi - ظا^{-١}(\frac{٣}{١}) = ١,٨٩$ ك

$أ = ر[جتا أ + ت جا أ]$

$\leftarrow أ = \sqrt{١٠}(جتا(١,٨٩) + ت جا(١,٨٩))$

$ب = ٣ + ١ت$

المقياس $= \sqrt{٣^٢ + ١^٢} = \sqrt{١٠}$

السعة $= ظا^{-١}(\frac{١}{٣}) = ٠,٣٢٢$ ك

$\leftarrow ب = \sqrt{١٠}(جتا(٠,٣٢٢) + ت جا(٠,٣٢٢))$

$ع = -١ - ٣ت$

المقياس $= \sqrt{(-١)^٢ + (-٣)^٢} = \sqrt{١٠}$

السعة $= -ظا^{-١}(\frac{٣}{١}) = -١,٢٥$ ك

$\leftarrow ج = \sqrt{١٠}(جتا(-١,٢٥) + ت جا(-١,٢٥))$

$أ = ١,٨٩$ ت

$ب = \sqrt{١٠}$ ع

← أ(-١، ٣) ب(٣، ١) جـ(١، -٣)

طول $\overline{أب} = \sqrt{(٣ - (-١))^2 + (١ - ٣)^2} = \sqrt{٢٠}$

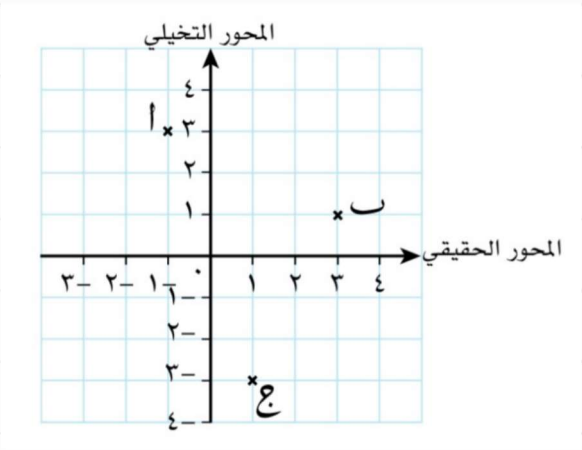
طول $\overline{أجـ} = \sqrt{(١ - (-١))^2 + (-٣ - ٣)^2} = \sqrt{٤٠}$

طول $\overline{بجـ} = \sqrt{(٣ - ١)^2 + (١ - (-٣))^2} = \sqrt{٢٠}$

$(\overline{أب})^2 + (\overline{بجـ})^2 = ٢٠ + ٢٠ = ٤٠$

$(\overline{أجـ})^2 = ٤٠$

$(\overline{أب})^2 + (\overline{بجـ})^2 = (\overline{أجـ})^2$ ∴ المثلث قائم الزاوية



٥) اكتب كلًا مما يأتي في الصورة الديكارتية:

أ ③ $\left(\text{جتا}\frac{\pi}{٣} + \text{ت جا}\frac{\pi}{٣}\right)$

$ر = ٣$

$م = \frac{\pi}{٣}$

$س = ٣ \text{ جتا}\frac{\pi}{٣} = ٣ \times \frac{١}{٢} = \frac{٣}{٢}$

$ص = ٣ \text{ جا}\frac{\pi}{٣} = ٣ \times \frac{\sqrt{٣}}{٢} = \frac{٣\sqrt{٣}}{٢}$

$ع = س + ص ت$

$س = ر \text{ جتا } م$

$ص = ر \text{ جا } م$

$\therefore$ العدد المركب: $\frac{٣}{٢} + \frac{٣\sqrt{٣}}{٢} ت$

ب $\left(\text{جتا}\frac{٣\pi}{٨} + \text{ت جا}\frac{٣\pi}{٨}\right)^{٥} =$

$س = ٥ \text{ جتا}\frac{٣\pi}{٨} = ١,٩١$

$ص = ٥ \text{ جا}\frac{٣\pi}{٨} = ٤,٦٢$

$١,٩١ + ٤,٦٢ ت$

ج $\frac{\text{هـ}^{\pi ت}}{٢}$

$= \frac{١}{٢} \text{هـ}^{\pi ت}$

$ر = \frac{١}{٢} \leftarrow م = \pi$

$س = \frac{١}{٢} \text{ جتا } \pi = -\frac{١}{٢}$

$ص = \frac{١}{٢} \text{ جا } \pi = ٠$

العدد المركب هو: $-\frac{١}{٢}$

د) $3هـ^{-\frac{\pi}{4}ت}$ المقياس = 3 السعة = $-\frac{\pi}{4}$

$س = 3 جتا(-\frac{\pi}{4}) = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

$ص = 3 جا(-\frac{\pi}{4}) = -\frac{3\sqrt{2}}{2}$

∴ العدد المركب $\frac{3\sqrt{2}}{2} - \frac{3\sqrt{2}}{2}$ ت

٦) ليكن ق $= 5(جتا\frac{\pi}{6} + ت جا\frac{\pi}{6})$، ع $= \frac{3 - 7ت}{5 - 2ت}$:

أ) اكتب ق في الصورة الأسّية.

ب) اكتب ع في الصورة الأسّية.

ج) أوجد $\frac{ع}{ق}$، ثم بسّطها.

(أ) المقياس = 5 السعة = $\frac{\pi}{6}$ ⇐ ق $= 5هـ^{\frac{\pi}{6}ت}$

(ب) $ع = \frac{3 - 7ت}{5 - 2ت} \times \frac{5 + 2ت}{5 + 2ت} = \frac{15 + 6ت - 35ت - 14ت^2}{25 + 4}$

$= \frac{29 - 29ت}{29} = 1 - ت$

المقياس $= |1 - ت| = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$

السعة $= -ظا^{-1}(\frac{-1}{1}) = -\frac{\pi}{4}$

ع $= \sqrt{2}هـ^{-\frac{\pi}{4}ت}$

(ج) $\frac{ع}{ق} = \frac{\sqrt{2}هـ^{-\frac{\pi}{4}ت}}{5هـ^{\frac{\pi}{6}ت}} = \frac{\sqrt{2}}{5}هـ^{[-\frac{\pi}{4}ت - \frac{\pi}{6}ت]}$

$= \frac{\sqrt{2}}{5}هـ^{-\frac{5\pi}{12}ت}$