# ٨-١ المتغير العشوائي المتصل والمنحنى الطبيعي
# Continuous random variable and the normal curve

**إذا كان بالإمكان تمثيل التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المتصل لعدد محدد من القيم بمنحنى طبيعي على فترة محددة، فإن:**

- **قمة المنحنى الطبيعي تقع عند الوسط الحسابي (و)، وهي النقطة التي يمر بها محور التماثل.**
- **الوسط الحسابي = الوسيط = المنوال.**
- **تتناقص الاحتمالات مع التحرك بعيدًا عن الوسط الحسابي من كلتا الجهتَين،** حيث إنه كلما ابتعدت القيم عن الوسط الحسابي، كانت فرصة حدوثها قليلة.
- **تناقص قيمة الوسط الحسابي عن الوسيط والمنوال تسحب المنحنى إلى اليسار.**
- **تزايد قيمة الوسط الحسابي عن الوسيط والمنوال تسحب المنحنى إلى اليمين.**
- **تناقص قيمة الانحراف المعياري (ع) والتباين ($ع^2$) يؤدي إلى أن يكون انتشار القيم قريبًا حول الوسط الحسابي. ويؤدي ذلك إلى زيادة في الارتفاع، ونقص في العرض، الأمر الذي يؤكد على بقاء المساحة نفسها تحت المنحنى.**

**عند مقارنة منحنيات طبيعية** لأطوال الأولاد، وأطوال البنات في مدرسة ما يمكن رسمهما على الشكل نفسه، تكون المقارنة على النحو الآتي:

- **إذا كان لمنحنيَين طبيعيَّين محور التماثل نفسه، فإن للمتغيرَين الوسط الحسابي نفسه.**
- **إذا كان لمنحنيَين طبيعيَّين الارتفاع والعرض نفساهما، فإن للمتغيرَين الانحراف المعياري والتباين نفسَيهما.**

**مُساعَدة**

الرموز التي تستخدم للتعبير عن المقاييس المهمة في توزيع المتغير العشوائي المتصل (س) هي:

- الوسط الحسابي = و أو $و_س$
- التباين = $ع^2$ أو $ع^2_س$
- الانحراف المعياري = ع أو $ع_س$

## تمارين ٨-١

**١)** أيٌّ من العبارات الآتية يمثل متغيرًا عشوائيًا متصلًا؟ برر عدم كون المتغيرات العشوائية الأخرى متصلة.

أ عدد مرات ظهور 'صورة' عند رمي قطعة نقد ١٠٠ مرة.

ب عدد تأشيرات السفر لزيارة سلطنة عمان في شهر محرم الماضي.

ج الحجوم الممكنة لأكوام من الرمل.

د عدد مرات رمي حجر نرد منتظم حتى يظهر الوجه الذي يحمل الرقم ٦ لأول مرة.

أ) متغير منفصل

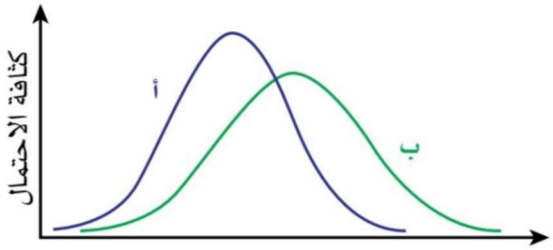
ب) عدد ثابت

ج) متغير متصل

د) متغير منفصل

**٢)** يبيّن الشكل المجاور توزيعَي الاحتمال للمتغيرَين العشوائيَّين المتصلَين (أ) ، (ب).

حدّد ما إذا كانت كلٌّ من العبارات الآتية صحيحة أو خاطئة، وبرّر إجابتك.




أ $و_{أ} > و_{ب}$

ب $ع_{أ} < ع_{ب}$

ج أكثر من نصف القيم في (ب) أكبر من $و_{أ}$

د أقل من نصف القيم في (أ) أقل من $و_{ب}$

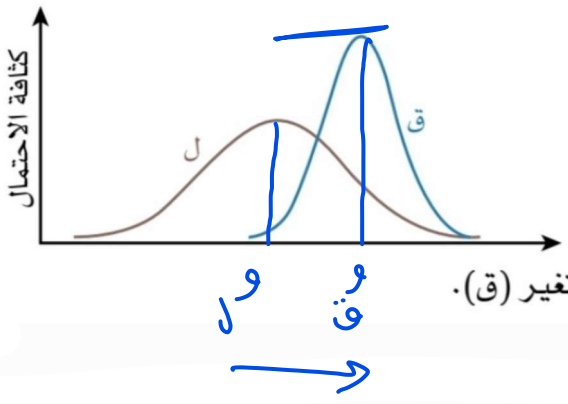
أ) خاطئة $و_{أ} < و_{ب}$

ب) صحيحة

ج) صحيحة

د) خاطئة

**٣)** يبيّن الشكل المجاور منحنيَين طبيعيَّين يمثلان التوزيعين الاحتماليين للمتغيرَين (ل)، (ق).




أ استخدم عبارة رياضية للمقارنة بين:

١) تباين المتغير (ل)، وتباين المتغير (ق).

٢) الوسط الحسابي للمتغير (ل)، والوسط الحسابي للمتغير (ق).

① $ع^{٢}_{ل} < ع^{٢}_{ق}$

② $و_{ل} < و_{ق}$

ب اكتشف أن هناك أخطاء في حساب (ل)، (ق).

الوسط الحسابي الصحيح للمتغير (ل) أكبر مما يظهر عليه في الشكل، والانحراف المعياري الصحيح للمتغير (ق) أقل مما يظهر في الشكل.

لتصحح الشكل، اشرح التغييرات الواجب القيام بها على المنحنى الطبيعي الذي يمثل:

١) المتغير (ل) ٢) المتغير (ق)

① إزاحة لمنحنى المتغير ل إلى اليمين .

② زيادة ارتفاع منحنى المتغير ق .

ج عند تنفيذ هذه التغييرات في الجزئية (ب)، ما خواص كلا المنحنيَين التي لم تتغيّر؟

* المساحة تحت المنحنى

٤) التوزيع الاحتمالي لكمية العصير في ٥٠٠ علبة عصير تفاح ينتج منحنى طبيعيًا وسطه الحسابي ٣٤٠ مل، وتباينه ٤ مل$^٢$ كما هو مبيّن في الشكل المجاور.

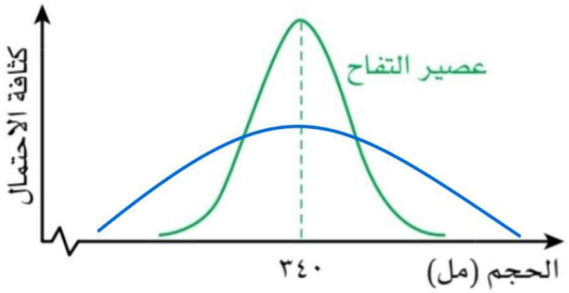
و

ع$^٢$ = ٤ ⟹ ع = ٢

كمية العصير في ٧٥٠ علبة عصير خوخ تنتج منحنى طبيعيًا وسطه الحسابي ٣٤٠ مل وانحرافه المعياري ٤ مل.

و

ع




أ انسخ الشكل، وارسم عليه المنحنى الطبيعي الذي يمثل علب عصير الخوخ.

ب صف أوجه التشابه، وأوجه الاختلاف بين المنحنيَين.

(أ) التفاح ← و = ٣٤٠ ، ع = ٢

الخوخ ← و = ٣٤٠ ، ع = ٤ ← أقل ارتفاع

(ب) التشابه ← الوسط الحسابي ـ المساحة تحت المنحنى

الإختلاف ← الإنحراف المعياري في الخوخ أكبر من التفاح

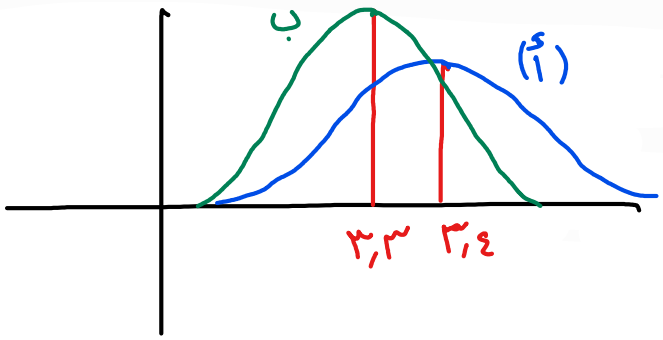
**٥)** تتبع كل من كتلة ٤٤٤ طفلًا حديثي الولادة في البلد (أ)، وكتلة ٨٨٨ طفلًا حديثي الولادة في البلد (ب) منحنى طبيعيًا.

أطفال البلد (أ): و = ٣,٤ كجم، ع = ٢٠٠جم.

أطفال البلد (ب): و = ٣,٣ كجم، ع$^{٢}$ = ٣٦١٠٠جم$^{٢}$. ← ع = $\sqrt{٣٦١٠٠}$ = ١٩٠

أ ارسم المنحنيَين الطبيعيَّين على التمثيل البياني نفسه، وسمِّهما.

ب صِف أوجه التشابه، وأوجه الاختلاف بين المنحنيَين.




ب) التشابه:
المساحة تحت المنحنى متساوية.
الاختلاف:
و$_{م}$ > و$_{ب}$ ، ع$_{م}$ < ع$_{ب}$

**مُساعَدة**

الوسط الحسابي
ل س = $\frac{\text{ك س}}{\text{ن}}$،
التباين
ل س = $\frac{\text{ك س}^{٢}}{\text{ن}} - \left(\frac{\text{ك س}}{\text{ن}}\right)^{٢}$

**٦)** تتبع مجموعتا البيانات (س)، (ص) توزيعًا احتماليًا طبيعيًا:

ك س$^{٢}$ = ٣٥٠٠٠، ك س = ١٢٠٠٠، ن = ٥٠٠٠

ك ص$^{٢}$ = ٧٢٠٠٠، ك ص = ٢٦٠٠٠، ن = ١٠٠٠٠

أ بيّن أن محور تماثل المنحنى (ص) يقع إلى يمين محور تماثل المنحنى (س).

ب ارسم على التمثيل البياني نفسه المنحنى الطبيعي لكل من مجموعتَي بيانات (س)، (ص).

أ) و$_{س}$ = $\frac{١٢٠٠٠}{٥٠٠٠}$ = ٢,٤ ، و$_{ص}$ = $\frac{٢٦٠٠٠}{١٠٠٠٠}$ = ٢,٦

و$_{س}$ < و$_{ص}$ ← محور تماثل المنحنى (ص) يقع إلى يمين محور تماثل المنحنى (س).

ب) ع$_{س}$ = $\sqrt{\frac{٣٥٠٠٠}{٥٠٠٠} - (٢,٤)^{٢}}$ = ١,١١

ع$_{ص}$ = $\sqrt{\frac{٧٢٠٠٠}{١٠٠٠٠} - (٢,٦)^{٢}}$ = ٠,٦٦