٣-٧ العمليات على الأعداد المركبة
Operations on complex numbers

نتيجة ١

العمليات الحسابية على $ع_١ = أ + ب ت$، $ع_٢ = ج + د ت$:

- الجمع: $ع_١ + ع_٢ = (أ + ج) + (ب + د) ت$
- الطرح: $ع_١ - ع_٢ = (أ - ج) + (ب - د) ت$
- الضرب: $ع_١ ع_٢ = (أ ج - ب د) + (أ د + ب ج) ت$
- القسمة: $\frac{ع_١}{ع_٢} = \frac{(أ ج + ب د) + (ب ج - أ د) ت}{ج^٢ + د^٢} = \frac{(أ ج + ب د)}{ج^٢ + د^٢} + \frac{(ب ج - أ د)}{ج^٢ + د^٢} ت$

نتيجة ٢

عند ضرب عدد مركب في مرافقه تكون النتيجة دائمًا عددًا حقيقيًا، لأنه إذا كان $ع = س + ت ص$، $ع^* = س - ت ص$ فإن $ع ع^* = (س + ت ص)(س - ت ص) = س^٢ + ص^٢$.

وبما أن س، ص عددان حقيقيان، فإن $س^٢ + ص^٢$ عدد حقيقي.

كذلك عند جمع العدد المركب ع مع مرافقه $ع^*$ تكون النتيجة دائمًا عددًا حقيقيًا، وتساوي ٢س.

تمارين ٧-٣

١) اكتب كلًا مما يأتي في صورة س + ص ت، حيث س، ص عددان حقيقيان:

أ $(١ + ٣ت)(٢ - ت)$

ب $(٤ - ٥ت)(٤ + ٥ت)$

ج $(٧ - ٣ت)^٢$

د $(٣ - ت)^٤$

هـ $\frac{١٧ - ت}{٣ + ١ت} \times \frac{(٣ - ت)}{ت - ٣}$

$= \frac{٥١ - ١٧ت - ٣ت + ت^{٢}}{٩ + ١}$

$= \frac{٥٠ - ٢٠ت}{١٠} = ٥ - ٢ت$

و $\frac{-١ + ١١ت}{٦ - ٥ت} \times \frac{٦ + ٥ت}{٦ + ٥ت}$

$= \frac{-٦ - ٥ت + ٦٦ت + ٥٥ت^{٢}}{٣٦ + ٢٥}$

$= \frac{-٦١ + ٦١ت}{٦١}$

$= -١ + ت$

ز $\frac{١٣(١ + ت)}{٢ + ٣ت} \times \frac{-٣ت - ٢}{-٣ت - ٢}$

ح $\frac{(٣ - ٢ت)^{٢}}{٥ + ت} \times \frac{٥ - ت}{٥ - ت}$

٢) إذا علمت أن $ع_{١} = ٥ - ٣ت$، $ع_{٢} = ١ + ٢ت$، فاكتب كلًا مما يأتي في صورة $س + ت ص$، حيث س، ص عددان حقيقيان:

أ $ع_{١} + ع_{٢}^{*}$

ب $ع_{١}^{*} - ع_{٢}$

ج $ع_{١} ع_{٢}$

د $\frac{ع_{١}}{ع_{٢}}$